LIMITE E DERIVADA: UMA ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA DOS ALUNOS

Gilberto Emanoel Reis Vogado. UEPA. e-mail: gvogado@globo.com
Rosineide Sousa Jucá. UEPA. e-mail: rosejuca@yahho.com.br
Thamires de Brito Mota. e-mail: thamiresmota17@hotmail.com

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados de um estudo que teve como objetivo identificar alguns erros, em questões de limite e derivada, cometidos por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade do Estado do Pará. Como metodologia de pesquisa utilizamos as idéias da análise de conteúdo e como instrumento de pesquisa uma amostra de quatro testes avaliativos, cedidos pelo professor da disciplina, que continha 5 questões envolvendo limite e derivada. Na análise dos resultados observamos que os erros em limite estão relacionados principalmente à falta de compreensão da idéia de limite e à aplicação dos procedimentos algébricos corretos no caso da indeterminação apresentada, e os erros em derivada relacionam-se, sobretudo, à falta de compreensão das regras de derivação e dos procedimentos algébricos adequados.

Palavras-chave: Educação Matemática; Avaliação da aprendizagem; Análise de erros; Cálculo Diferencial e Integral; Limite e Derivada.

1. Introdução

A análise das produções dos alunos vem sendo explorada sobre diferentes enfoques dentro da área de Educação Matemática. Com base em um enfoque epistemológico, podemos inferir que os erros dos alunos, em algumas situações, decorrem de conceitos previamente adquiridos, que de alguma forma atrapalham na aquisição de um novo conhecimento; ou que o modelo didático escolhido pelo professor pode ser o gerador de tais erros.

Para Brousseau (2004, p.119), o erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do azar como acreditam as teorias behavioristas e empiristas da aprendizagem, mas efeito de um conhecimento anterior, que mobilizava seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadequado. Os erros desse tipo não são vagos ou imprevisíveis, mas se constituem em obstáculos.

Brousseau (2004) com o objetivo de explicar a origem dos erros cometidos pelos alunos e entender as dificuldades na aprendizagem da matemática, fundamenta-se nas ideias de obstáculo epistemológico de Bachelard e adota a noção de obstáculo para a didática da matemática. Assim na concepção de Brousseau (ibid.), o obstáculo se caracteriza por um conhecimento, por uma concepção, e não por uma dificuldade ou pela falta de conhecimento. Esse conhecimento, em um contexto, gera respostas corretas, mas em outro, pode resultar em respostas falsas. Esse tipo de conflito, no qual o conceito adquirido pode conduzir ao erro, surge quando o conhecimento, por ser insuficiente diante da nova situação, constitui-se em obstáculo para uma nova aprendizagem.

Nesta mesma concepção, Cury (2007, p.80) destaca a ideia de que o erro se constitui como conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o aluno a um questionamento de suas respostas.

Entretanto, para que isso ocorra, o erro deve se tornar *observável* para o professor e para o aluno. Pois segundo Pinto (2000, p.149) o termo *observável* traz implícito a idéia de construção, isto é, algo que é observado a partir das relações que envolvem as transformações do objeto. Desse modo, para que o erro se torne observável, é necessário uma série de mudanças em relação às decisões sobre o ensino e, especialmente, sobre a avaliação da aprendizagem do aluno. Nesta perspectiva, o erro pode contribuir positivamente para o processo de ensino, aprendizagem e avaliação, uma vez que trará benefícios tanto para o professor, como para o aluno. Para o aluno, oferece a possibilidade de conhecer suas dificuldades e limitações em um determinado conteúdo; para o professor, como uma forma de identificar os conhecimentos que não foram compreendidos pelos alunos, além do que, poderá oferecer a este, elementos valiosos para refletir sobre suas concepções de ensino e avaliação.

Assim, com base nas observações do professor da disciplina de cálculo e em alguns estudos sobre o ensino de cálculo diferencial, os quais apontaram as dificuldades dos alunos em relação a esta disciplina, é que nos propomos a realizar uma análise das produções escritas dos alunos sobre as questões de limite e derivada. A escolha por estes dois tópicos se justifica pelas dificuldades apontadas pelo professor da disciplina, assim como, pelos estudos revisados.

Para conhecer melhor os erros e dificuldades dos alunos em limite e derivada, buscamos suporte em alguns estudos sobre o ensino de cálculo, dentre eles: Ramos (2009), Costa e Alvarenga (2010), Ramos, Nascimento, Dias e Neves (2011) e Filho, Kaiber e Lélis (2012). A partir das dificuldades apontadas por estes estudos criamos nossas categorias de análises. Desse modo, o objetivo deste trabalho foi identificar alguns erros que os alunos cometem ao resolver questões envolvendo limite e derivada.

2. Estudos sobre Limite e Derivada

Apresentamos um "recorte" de alguns estudos relativos ao Cálculo Diferencial e Integral I, os quais apresentam as dificuldades e os erros mais comuns dos alunos referentes à compreensão de Limite e Derivada.

Ramos (2009) realizou um estudo junto aos alunos do 4º e 6º semestre do curso de licenciatura em matemática de uma instituição de ensino superior da cidade de São Paulo, com o objetivo de investigar os conhecimentos dos alunos que já passaram por um curso de Cálculo e já estudaram 'Derivada', quanto as suas aplicações e tentar classificar as dificuldades desses alunos diante dessas atividades.

De acordo com Ramos (2009), a maioria dos alunos sabe calcular derivadas, mas não consegue estabelecer as relações que existem entre a função f e f', ou seja, não consegue manipular os dados obtidos. Segundo o autor, os alunos apresentam dificuldade no âmbito conceitual sobre as relações existentes de uma função e a sua derivada e dificuldade no conceito de derivada para efetuar o tratamento das questões propostas.

Costa e Alvarenga (2010) realizaram um estudo junto aos alunos dos cursos de ciências exatas na disciplina de Cálculo I na Universidade Federal de Sergipe, com o objetivo de identificar os erros e as dificuldades cometidas pelos alunos ao estudarem Cálculo Diferencial e Integral I nos diversos cursos da Universidade.

Segundo Costa e Alvarenga (2010), os alunos apresentam dificuldades na realização de cálculos algébricos necessários para calcular limites de uma função e, segundo os autores, isso talvez ocorra porque eles não compreendem a ideia intuitiva do limite de uma função, nem dominam suas propriedades e sua representação gráfica. Em relação ao cálculo de derivada, os alunos apresentam dificuldades na definição de derivada e não conseguem associar algumas das propriedades da derivada de uma função.

Outro estudo revisado foi o de Ramos, Nascimento, Dias e Neves (2011), que realizaram um estudo junto aos acadêmicos da área de matemática nos cursos de graduação da Universidade Federal da Bahia, com o objetivo de identificar os erros cometidos pelos acadêmicos nas provas dos componentes curriculares da área de Matemática nos cursos de graduação.

Em relação ao conteúdo de Cálculo, referente ao estudo de Limite, os alunos apresentaram dificuldades no desenvolvimento das questões, relacionadas à falta de domínio dos conteúdos de expressões algébricas, sobretudo, à fatoração da expressão algébrica que define a função nas questões propostas para aplicar posteriormente as propriedades do limite.

Filho, Kaiber e Lélis (2012) realizaram um estudo junto aos alunos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I, do primeiro ano do curso de Engenharia Civil da Faculdade Presidente Antônio Carlos Porto-FAPAC no Tocantins, com o objetivo de investigar e analisar os erros cometidos na resolução de problemas de Cálculo Diferencial e Integral.

De acordo com Filho, Kaiber e Lélis (2012), foi possível constatar que os alunos pesquisados não dominam as habilidades esperadas para o trabalho com Cálculo Diferencial e Integral I, principalmente no que diz respeito desenvolver atividades algébricas baseadas em regras, apresentando erros no manipulamento algébrico, por exemplo, haja vista que nas questões do teste utilizado como instrumento de pesquisa foram trabalhados os conteúdos de relações, funções e seus gráficos, que permitiriam analisar a origem dos erros na aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral I.

Na análise dos estudos de Ramos (2009), Costa e Alvarenga (2010), Ramos, Nascimento, Dias e Neves (2011) e Filho, Kaiber e Lélis (2012), observam-se as seguintes conclusões acerca dos erros e das dificuldades manifestados pelos alunos na compreensão de limite e de derivada:

- ✓ Não desenvolvem atividades algébricas baseadas em regras;
- ✓ Apresentam erros no manipulamento algébrico;
- ✓ Falta de domínio na fatoração de expressões algébricas que definem as funções, para a posterior aplicação das propriedades do limite;
- ✓ Os alunos não conseguem estabelecer as relações existentes entre uma função e a sua derivada;
- ✓ Dificuldade no conceito de derivada para efetuar o tratamento da questão;
- ✓ Os alunos não compreendem a ideia intuitiva do limite de uma função, nem dominam suas propriedades;
- ✓ Dificuldade na associação de algumas das propriedades da derivada de uma função.

A partir dessas dificuldades apontadas desenvolvemos as categorias de análises que utilizaremos nas respostas dos alunos e que serão apresentadas nas análises dos resultados.

3. A metodologia de pesquisa

A pesquisa é diagnóstica, na qual buscamos descrever os resultados obtidos com base na aplicação de um teste diagnóstico. Para Rudio (2007) o objetivo da pesquisa descritiva é descobrir e observar fenômenos, tentando descrever, classificar e interpretá-los sem interferir nos fatos observados. Sendo assim, ele coloca a pesquisa diagnóstica como sendo parte da pesquisa descritiva.

Dessa forma, analisamos as respostas dos alunos dadas a um teste com cinco questões que envolviam limite e derivada, aplicados aos alunos do 2º ano, da disciplina cálculo diferencial e integral, do curso de licenciatura em matemática da Universidade do Estado do Pará – UEPA. Selecionamos uma amostra de 4 testes, que foram resolvidos pelos alunos, para realizarmos as análises.

4. Análise dos resultados

Fundamentados nos estudos supracitados, criamos as seguintes categorias de análise que serviram de base para realizarmos as análises das respostas dos alunos.

Na compreensão de Limite:

CL1 – Compreensão na ideia intuitiva do limite de uma função;

CL2 – Compreensão nos procedimentos algébricos adequados;

Na compreensão de Derivada:

CD1 – Compreensão conceitual de derivada;

CD2 – Compreensão nas propriedades de derivação.

Apresentamos o quadro 1 que faz o comparativo do número de acertos, erros e em branco.

Quadro 1 – comparativo de acertos, erros e em branco

Questões	Acerto	Erro	Em branco
01	50%	50%	--
02	50%	50%	--
03	25%	75%	--
04	--	75%	25%
05	25%	75%	--

No quadro acima podemos observar que as questões 03, 04 e 05 apresentaram igualmente o maior número de erros, tendo a 04 nenhum acerto. Essa relação entre acerto, erro e não fez se encontra de certo modo, proporcional, pois observamos que as questões 01 e 02 apresentam o mesmo número de acertos e erros, a 03 e 04 também.

É importante informar que até o momento da aplicação das atividades, o professor da turma não havia trabalhado com os alunos sujeitos da pesquisa a regra de L'Hôpital, trabalhando apenas os procedimentos algébricos como resolução no caso das questões envolvendo Limite que remetem no caso da indeterminação. Assim, essa unidade seria trabalhada posteriormente com os alunos. Dessa forma, nossa análise referente a esse tipo de questão estará focada na aplicação dos procedimentos algébricos adequados.

A seguir apresentamos às questões que foram resolvidas pelos alunos, os seus respectivos objetivos e a análise de algumas respostas dadas pelos alunos.

1. **Calcule** $\lim_{x \to -4} \frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4}$

O objetivo dessa questão foi verificar os erros dos alunos no cálculo do limite de uma função.

Essa questão teve 50% de erro e nenhum aluno deixou em branco. O número de acertos foi de 50%. Apresentamos a seguir os erros cometidos pelos alunos.

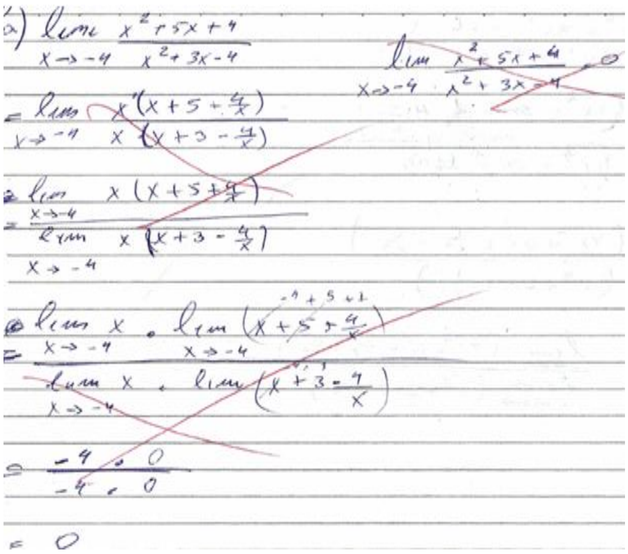


Figura 1 – resposta do aluno A1

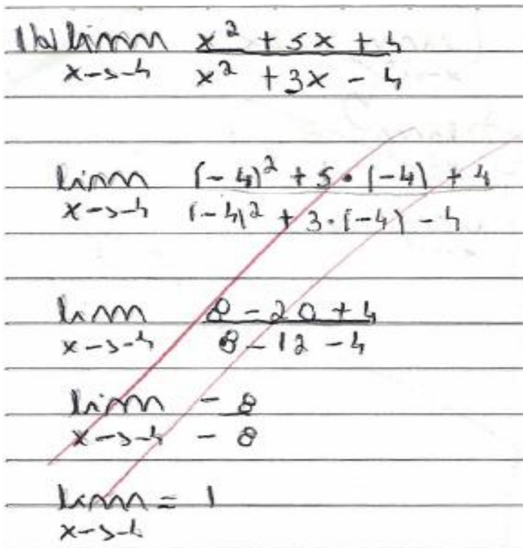


Figura 2 – resposta do aluno A3

O aluno A1 apresenta dificuldade no processo de fatoração dos termos da função, por isso coloca o "x" como fator comum. Apesar de o aluno mostrar dificuldade na fatoração, pois o cálculo do limite dessa função no valor de "x" indicado representa um caso de indeterminação $\frac{0}{0}$, ele dá continuidade, aplicando a regra do limite do produto e chegando a um resultado incorreto, remetendo no caso da indeterminação, o que mostra, portanto, que o aluno parece desconhecer os procedimentos algébricos adequados.

O aluno A3 aplica apenas o processo de substituição direta do valor de "x" na função e apresenta erro em um procedimento algébrico, quando coloca que $(-4)^2$ é 8 ao invés de 16. Esse erro do aluno no cálculo da potenciação parece ter impossibilitado a chegada ao caso da indeterminação $\frac{0}{0}$ e aplicação dos procedimentos algébricos, e nos parece que o aluno desconhece o processo de fatoração, pois a solução da questão não envolvia somente o processo de substituição do valor de "x" no limite.

2. Calcule $\boldsymbol{lim_{x\to+\infty}\frac{4x^6+3x^5+x-6}{x^4+2x^3-1}}$

Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos no cálculo do limite de uma função que tende para o infinito.

O número de erros nessa questão foi de 50% e o número de acertos foi de igualmente 50%. Nenhum aluno deixou a questão em branco. Apresentamos a seguir os erros cometidos pelos alunos.

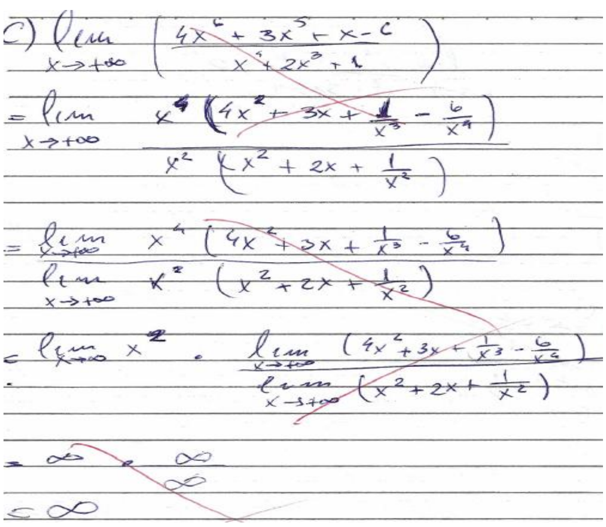


Figura 3 – resposta do aluno A1

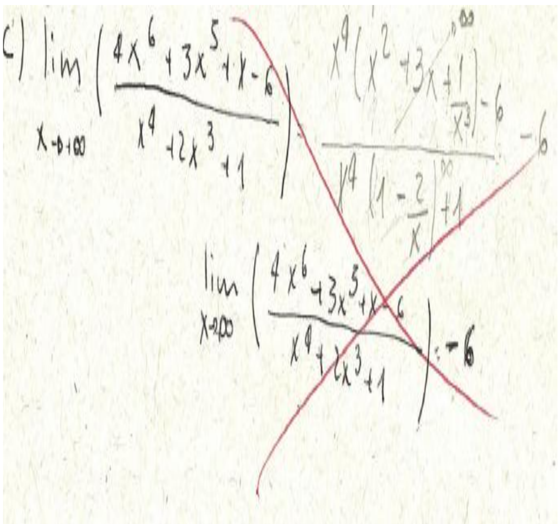


Figura 4 – resposta do aluno A4

O aluno A1 mostra ter dificuldade no processo de simplificação da função que é uma fração algébrica, pois observamos que o aluno desconhece os algoritmos do cálculo do limite de uma divisão de polinômios tendendo para o infinito. A dificuldade de compreensão nesse processo é clara quando o aluno inicia a resolução colocando o "x" com sua determinada potência como fator comum tanto no numerador quanto no denominador. O aluno dá prosseguimento chegando “supostamente” ao resultado esperado, porém de maneira incorreta, mostrando uma falta de compreensão nos procedimentos algébricos.

O aluno A4 mostra um total desconhecimento nos procedimentos do cálculo do limite tendendo ao infinito, apresenta erros no processo de divisão de polinômios. Além do que, o aluno comete erros em procedimentos algébricos chegando a um resultado incorreto.

3. Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ **dada por f(x) =** $\begin{cases} \boldsymbol{x^2-3x+2, para\ x} < 3 \\ \boldsymbol{4, para\ x = 3} \\ \boldsymbol{8-2x, para\ x} > 3 \end{cases}$

a) **Ache os limites laterais da função f(x)**
b) **Determine o limite da função quando x tende para 3 (se o limite existe)**
c) **Use a definição de continuidade e diga se a função dada é contínua em 3.**

Tanto o item “a” quanto o item “c”, que tinham os respectivos objetivos de verificar os erros na determinação dos limites laterais de uma função e os erros na definição de continuidade, apresentaram um número de acertos de 75% e um número de alunos que deixaram em branco de 25%. Desse modo, como nenhum aluno apresentou erro nesses itens, não será feita a análise dos mesmos, que servirão apenas como fonte de observação para a análise das respostas dos alunos ao item “b” da mesma questão. Assim, apenas o item “b” é apresentado no Quadro 1 referente a questão 03.

Determine o limite da função quando x tende para 3 (se o limite existe)

O objetivo desse item da questão foi verificar os erros dos alunos na existência do limite num determinado ponto.

O número de erros é de 75% e não houve questão em branco. O número de acertos foi de 25%. Apresentamos a seguir os erros cometidos pelos alunos.

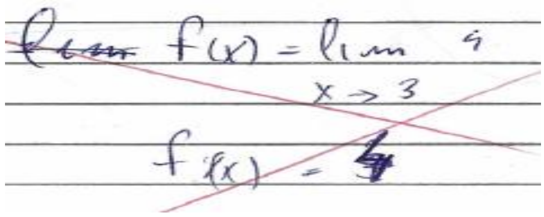


Figura 5 – resposta do aluno A1

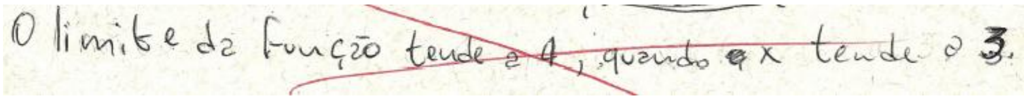


Figura 6 – resposta do aluno A4

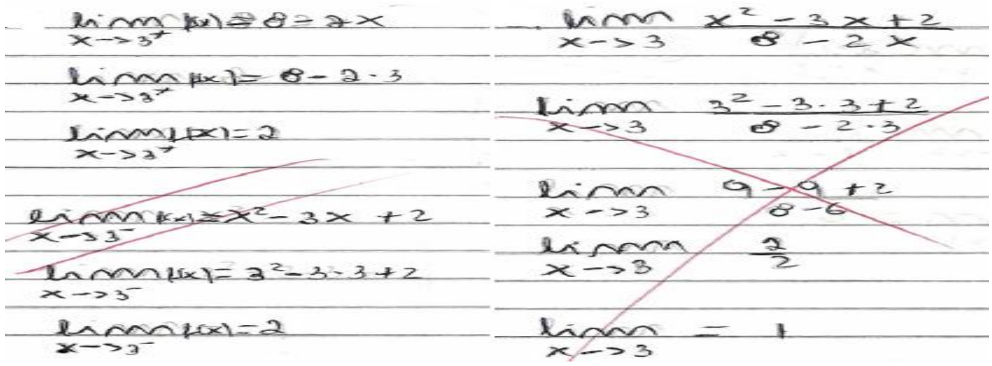


Figura 7 – resposta do aluno A3

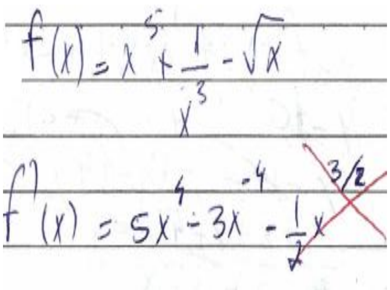
Os alunos A1 e A4 parecem desconhecer o conceito de limite de uma função, pois como $\boldsymbol{x = 3}$ quando a função $\boldsymbol{f(x) = 4}$**,** os alunos chegam à conclusão de que o resultado é $\boldsymbol{4}$**.** Sendo assim, eles parecem aplicar a ideia de *"x igual a 3"* ao invés de *"x tende a 3",* ou seja, a ideia de igualdade no lugar da ideia de "tendência", mostrando uma falta de compreensão da noção de limite.

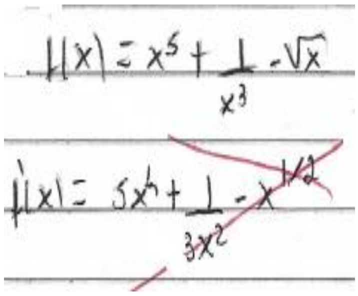
O aluno A3 apresenta o limite da função dividindo os limites laterais, ou seja, o aluno representa o limite da função por uma divisão entre o limite pela direita e o limite pela esquerda. Esse erro mostra que apesar do aluno calcular corretamente os valores dos limites laterais, não percebe o limite da função tendo esse determinado valor, e essa não percepção remete o desconhecimento do aluno nessa noção de limite.

4. Calcule a derivada de $\boldsymbol{f(x) = x^5 + \frac{1}{x^3} - \sqrt{x}}$

Essa questão teve como objetivo verificar os erros dos alunos no cálculo da derivada de uma função.

A questão 04 teve 75% no seu número de erros. Nenhum aluno acertou a questão e 25% deixaram em branco, como mostra o quadro 1. Apresentamos a seguir os erros cometidos pelos alunos.





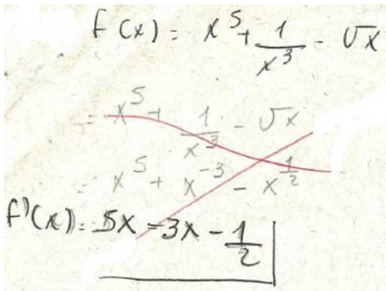


Figura 8 – resposta do aluno A1   Figura 9 – resposta do aluno A3   Figura 10 - resposta do aluno A4

O aluno A1 desenvolve de maneira correta parcialmente a questão, mostrando compreender o problema apresentado, pois calcula corretamente a derivada das duas primeiras parcelas da função. No entanto, ao realizar a derivada da terceira parcela, $-\sqrt{x}$, o aluno erra na regra de derivação, pois parece efetuar a adição de uma unidade na potência de x, $-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}+1} = -\frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}}$, ao invés da subtração de uma unidade, $-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$, chegando, assim, a um resultado incorreto.

O aluno A3 deriva corretamente a primeira parcela da função, porém ao aplicar a derivada da segunda parcela que é uma fração algébrica, o aluno calcula apenas a derivada do denominador, desconsiderando o valor do numerador como parte do elemento. Esse erro apresentado mostra que o aluno desconhece técnicas algébricas de resolução ou a aplicabilidade da derivada do quociente. Além do mais, na terceira parcela da função, o aluno apenas representa o radical como potência de x e não aplica a derivada do mesmo.

O aluno A4 apresenta um desconhecimento no cálculo da derivada, pois no procedimento da derivada nas três parcelas da função, o aluno apenas "transfere" a potência de x para o coeficiente do elemento, mostrando, assim, desconhecer a aplicação das regras de derivação para as potências de $\boldsymbol{x}$. Além do que, na terceira parcela, o aluno “some” com o $\boldsymbol{x}$, representando apenas o expoente como resultado da derivação.

5. Calcule a derivada de $\boldsymbol{f(x) = \frac{x^2-2x}{x^3+4}}$

O objetivo dessa questão foi verificar os erros dos alunos no cálculo da derivada do quociente de uma função.

Essa questão teve 75% no número de erros e nenhum aluno deixou em branco. O número de acertos foi de 25%. Apresentamos a seguir os erros cometidos pelos alunos.

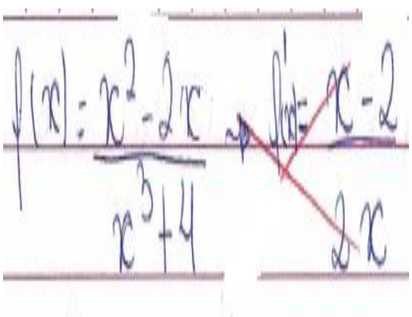


Figura 11 – resposta do aluno A2

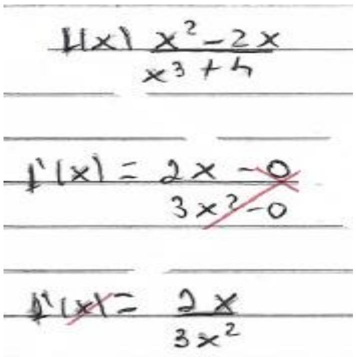


Figura 12 – resposta do aluno A3

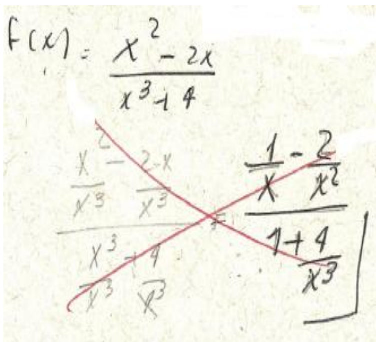


Figura 13 – resposta do aluno A4

O aluno A2 mostra dificuldades em procedimentos algébricos, pois parece ter derivado numerador e denominador, apresentando erros nesse procedimento, ao invés de aplicar a regra da derivada do quociente. Parece-nos que o aluno efetuou a subtração de uma unidade nas potências de $\boldsymbol{x}$, representando o resultado no coeficiente. Podemos observar que a dificuldade do aluno parece estar na derivação das potências de $\boldsymbol{x}$, pois ele deriva corretamente o $\boldsymbol{2x}$ e a constante $\boldsymbol{4}$.

O aluno A3 também apresenta dificuldades em procedimentos algébricos, não aplicando a regra da derivada do quociente. Outro ponto a ser observado é que o aluno considera a derivada de $\boldsymbol{2x}$ como sendo 0, porém esse elemento não se trata de uma constante, mostrando que o aluno apresenta uma falta de compreensão da aplicação de determinados processos algébricos na derivação.

O aluno A4 apresenta um desconhecimento total de derivada, pois em sua resolução o aluno apenas manipula os valores, dividindo-os por $\boldsymbol{x}^3$, sem coerência alguma e não aplica em nenhum momento a ideia de derivada.

De um modo geral, as análises e dificuldades dos alunos em Cálculo apontam resultados encontrados também nos estudos revisados. Em relação às categorias utilizadas nesse estudo temos:

Categoria CL1 – Compreensão na ideia intuitiva do limite de uma função

Ao analisar as respostas dos alunos podemos perceber que alguns deles apresentam uma falta de compreensão na ideia intuitiva de limite, relacionando o limite com uma igualdade ao invés de uma aproximação e desconsiderando a relação correta da existência do limite de uma função com a determinação dos limites laterais.

Categoria CL2 – Compreensão nos procedimentos algébricos adequados

As respostas analisadas apontaram que os erros e dificuldades dos alunos estavam relacionados, sobretudo, à falta de compreensão e, consequentemente, à não aplicação dos procedimentos algébricos adequados ao resolver as questões de limite, por exemplo na questão que envolvia o caso de indeterminação $\frac{0}{0}$, os alunos apenas realizaram a substituição do valor de x ou iniciaram a questão colocando o x como fator comum, mostrando assim que, mesmo chegando ao caso da indeterminação, os alunos desconhecem os procedimentos algébricos como o uso correto da fatoração do polinômio.

Categoria CD1 - Compreensão conceitual de derivada

A análise das respostas dos alunos nos mostrou que muitos deles desconhecem o conceito de derivada e não aplicam, portanto, devidamente suas regras, demostrando a falta de compreensão desse conteúdo.

Categoria CD2 - Compreensão nas propriedades de derivação

A análise das respostas mostrou que os alunos apresentam dificuldade na aplicação das regras de derivação ao trabalhar com a derivada de potências de x, desde a derivação de x elevado a um expoente inteiro positivo à x representado como radical ou como uma fração algébrica. Apresentam também falta de compreensão na derivada de uma constante ou erram na operação usada no expoente na derivação de um elemento e também não aplicam a regra da derivada do quociente. É importante ressaltar que houve alunos que apresentaram um total desconhecimento da aplicação da fórmula e dos procedimentos algébricos de derivação.

5. Considerações finais

O objetivo do estudo foi identificar alguns erros que os acadêmicos do curso de Matemática cometem ao resolver questões envolvendo limite e derivada.

Foi possível constatar em nossas análises que a causa dos erros dos alunos em Limite está relacionada à falta de compreensão da idéia de limite e à aplicação dos procedimentos algébricos corretos no caso da indeterminação apresentada. A causa dos erros dos alunos em Derivada relaciona-se, sobretudo, com a falta de compreensão das regras de derivação, bem como dos procedimentos algébricos adequados.

Em conversas informais com o professor da turma, foi possível destacar que no estudo de limite as dificuldades estão em aplicar corretamente as propriedades, as manipulações algébricas, as indeterminações e a definição de função contínua. E as dificuldades em derivada acontecem nas operações básicas da aritmética e nas aplicações corretas das regras de derivação. Sendo assim, a fala do professor da disciplina condiz, de uma maneira geral, com os erros encontrados em nossas análises e apesar da amostra analisada neste estudo ser pequena, em trabalhos posteriores faremos o uso de uma maior amostra, foi possível identificar os erros e dificuldades mais comuns cometidos por alunos ao resolver questões de limite e derivada.

Desse modo, é importante que o professor reflita sobre esses erros e repense o ensino de Cálculo para alunos ingressantes em cursos superiores, buscando a adoção de novas metodologias que amenizem as dificuldades e os erros encontrados, tanto em relação à educação básica quanto em relação à superior, pois como afirmam Cury e Cassol (2004), é necessário mudar a metodologia de trabalho, encontrando alguma forma de desafiar os estudantes, propondo atividades motivadoras, que lhes despertem o interesse pelo estudo, pela realização das tarefas propostas, pelo monitoramento de sua própria cognição.

6. Referências

BROUSSEAU. G. **Théorie des situations didactiques.** Ed. France: La Pensée Sauvage, 2004. 395p.

COSTA, J.A.S. ALVARENGA, K.B. Experiência da monitoria que conduzem a reflexões sobre o cálculo diferencial e integral na UFS-SE. In **Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade.** Laranjeiras-SE, 2010.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica 2007

CURY, H.N.; CASSOL, M. **Análise de erros em Cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças.** ACTASCIENTIAE, Canoas, v.6, 2004, p.27-36.

FILHO, A.D.P.; KAIBER, C.T.; LÉLIS, F.R de C. **Categorização e análise de erros cálculo diferencial e integral.** In Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – COBENGE. Belém, PA, 2012.

FRANCO, M.L.P.B. **Análise do Conteúdo**. 2ª edição. Brasília, Líber livro, 2005.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar.** Campinas: São Paulo: Papirus, 2000.

RAMOS, V.V. **Dificuldades e concepções de alunos de um curso de licenciatura em matemática, sobre derivada e suas aplicações.** (Mestrado). PUC-SP. São Paulo, 2009.

RAMOS, P.S.; NASCIMENTO, A.M.P.; DIAS, C.T.; NEVES, L.X. **Investigação em Educação Matemática no ensino superior: uma análise a partir dos erros.** In Conferencia Interamericana de Educación Matemática-CIAEM- Recife, Brasil, 2011.

Recebido em: 14/10/2013
Aceito para publicação em: 01/11/2013