

Problemas matemáticos verbais: análise interpretativa das produções escritas e orais de estudantes do ensino fundamental durante suas tentativas de resolução

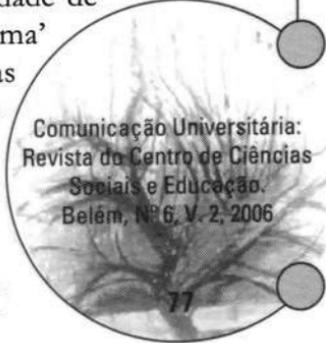
Mário Oliveira Thomaz Neto¹

Introdução

Na literatura em geral, muitos são os sentidos atribuídos à palavra 'problema', que podem relacionarem-se tanto a situações diversas de acordo com o contexto social no qual encontram-se inseridos como também às características e às expectativas dos sujeitos com eles envolvidos (Echeverría e Pozo, 1998).

Em se tratando do contexto educacional formal, o termo 'problema' pode estar suscitando uma série de conotações de acordo com as concepções dos estudantes que costumam associar tal termo às seguintes expressões 'algo ruim', 'aquilo que não sei resolver', 'algo difícil', dentre tantas outras equivalentes. Podemos considerar que tais concepções apresentadas pelos estudantes, na verdade, carregam em si aspectos psicológicos que refletem um estigma associado muitas vezes à palavra 'problema'.

Em Saviani (2000), vamos encontrar uma diferenciação entre um 'problema' e uma mera 'questão'. Para este autor, uma 'questão' diferentemente de 'problema' pode ser identificada como uma simples pergunta que não necessariamente traz qualquer conotação problemática, como o caso de indagar-se a idade de alguém. Entretanto a concepção de 'problema' comumente usada na escola, em especial nas aulas de Matemática, está relacionada à idéia de 'problema' como sendo qualquer pergunta a ser respondida. Mas, 'problema' configura-se, na



Comunicação Universitária:
Revista do Centro de Ciências
Sociais e Educação.
Belém, Nº 6, V. 2, 2006

¹ Professor do Departamento de Matemática, Estatística e Informática da Universidade do Estado do Pará. Mestre em Educação Matemática, thomazneto@aol.com.

verdade, como a necessidade do sujeito em conhecer o desconhecido, já que a essência do 'problema' diz respeito à necessidade que este possui de uma resposta, mediante a sua realidade (Saviani, 2000).

Ao referir-se a 'problema', Lester (1982) incorpora também uma preocupação com a forma de abordagem visando uma solução e afirma que um problema consiste numa *"situação a qual o indivíduo ou grupo quer ou necessita resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução"* (p.18). Neste sentido, podemos considerar a tarefa de resolução de problemas como um processo dinâmico e catalisador das experiências prévias dos sujeitos com vistas a alcançar um resultado para a situação sobre a qual eles não possuem uma resposta imediata. Contrariamente e que ocorre com demasiada frequência, em sala de aula, mais especificamente nas aulas de Matemática, os professores transformam as tarefas apresentadas em atividades de mero uso repetitivo de algoritmos e fórmulas, o que torna esta tarefa monótona e pouco interessante para os estudantes. O ato de resolver problemas, como aponta Polya (1997), pressupõe *"encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados"* (p. 1-2), o que nem sempre ocorre, na escola, pela própria natureza dos problemas propostos, que acabam por induzir e instituir uma rotina mecânica.

A preocupação em distinguir 'problema' e 'exercício' é também apresentada por Pozo e Crespo (1998). Para estes autores, um 'exercício' consiste na tomada de passos pré-estabelecidos e delimitados para se chegar a uma solução; este processo ocorre comumente de forma mecânica ou automática. Por outro lado, um 'problema' pode ser compreendido como um caminho a ser percorrido de forma não estabelecida em que os passos para se chegar à sua resolução não são apreendidos e aplicados de forma mecânica; mas, sim, num percurso de constante exploração das várias possibilidades para se chegar a uma solução.

Durante a resolução de um problema, a busca pelo diálogo em sala de aula é marcada pela necessidade de ampliar a comunicação entre professores e estudantes no que se refere à troca de informações veiculadas através da linguagem materna. Medeiros (1987) assinala que *“para que haja um diálogo científico sobre a Matemática, visando a compreensão, é preciso uma atitude quanto ao ouvir e ao falar, na qual é tão importante o que pensa e fala o aluno quanto o que pensa e fala o professor”* (p.31) de um ponto de vista educacional durante a resolução de um problema. Isto ocorre porque os problemas que apresentam um enunciado verbal carregam um conjunto de informações que são conhecidas e compreendidas pelo professor; mas, nem sempre pelos estudantes (Nesher, 2000).

A compreensão de um enunciado verbal exige o conhecimento a respeito da existência de dependências semânticas entre um conjunto de informações presentes naquele contexto (Nesher, 2000). A dificuldade de compreensão ocorre, dentre outros fatores, porque os problemas verbais possuem, de acordo com Medeiros (2001), *“‘significados ocultos’ aos quais o sujeito pode associar inferências falsas”* (p. 223). Logo, identificar os termos lingüísticos, interpretar os sentidos atribuídos aos mesmos e estabelecer relações entre tais termos é condição *‘sine qua non’* para que ocorra a comunicação interativa entre o sujeito e as idéias do autor do texto.

A resolução de problemas em Matemática, particularmente, tem configurado-se como uma das atividades que exigem reflexão por parte dos sujeitos que os abordam e também uma prática de ações que os conduzam de forma significativa para uma solução adequada. Neste sentido, muito tem sido discutido sobre as formas de orientação a ser dada aos estudantes para eles enfrentarem tal atividade intelectual. Vários são os teóricos que têm abordado tal temática evidenciando alguns requisitos necessários para um bom desempenho na resolução de problemas em Matemática.

Pozo e Angón (1998) apresentam uma classificação de procedimentos necessários para resolvermos problemas, tomando como base as idéias apresentadas por Pozo e Postigo

(1993), tais como: 1. aquisição da informação; 2. interpretação da informação; 3. análise da informação e realização de inferências; 4. compreensão e organização conceitual da informação e 5. comunicação da informação.

Ao discutir a resolução de problemas em matemática, Polya (1995) sugere que há diversas maneiras de tal situação ser encarada e que estas maneiras são mutáveis à medida que nos aproximamos da solução de um problema. A essas formas diferenciadas de encarar um problema, ele denomina de 'fases'. Para esse autor, há quatro fases distintas na resolução de um problema matemático: 1. compreensão do problema; 2. estabelecimento de um plano; 3. execução do plano e 4. retrospecto.

A resolução de problemas em Matemática tem, assim, constituído-se num campo complexo e gerador de discussões.

Resolução de Problemas e Linguagem

Não podemos negar que há uma relação de impregnação mútua entre a matemática e a língua materna, pois a língua materna constitui-se num instrumento de intermediação na construção de conceitos matemáticos (Machado, 1991). Em consonância com esta visão, Pimm (1987), sugere tal relação em termos de metáfora. Poderíamos dizer que há uma comparação subjacente em termos de uma correspondência analógica existente entre a Matemática e outras linguagens que guardam entre si semelhanças, mas também, diferenças (Medeiros, 1992, 2001). Tanto a Matemática como a língua materna possuem uma função essencial nas relações que estabelecemos cotidianamente, independentemente do grau de instrução que possamos ter, pois estas são formas utilizadas na comunicação humana (Lungarzo, 1993), embora seja imprescindível ressaltar que em contraposição à língua materna *"a matemática, com efeito, transcende a confusão das línguas e das nacionalidades"* (Gusdorf apud Machado, 1991, p. 84).

A língua materna e a linguagem matemática são essenciais para veicular informação e possibilitar a aquisição de conhecimentos em qualquer área do saber, pois *“tanto a matemática quanto a língua materna constituem sistemas de representação, construídos a partir da realidade e a partir dos quais se constrói o significado dos objetos, das ações, das relações”* (Machado, 1991, p. 83). Assim, torna-se necessário conhecer aspectos que caracterizam essas duas formas de linguagem para melhor compreendê-las. Aspectos comuns às diversas linguagens incorporam o de que toda linguagem é um sistema de signos. Além disso, estruturalmente, toda linguagem possui um ‘repertório’, ou seja, uma seleção de signos que a compõe. Além deste repertório, possui regras de uso desses signos – sintaxe, e significações – semântica (Aranha e Martins, 1987). Neste sentido, podemos pensar na matemática também enquanto uma linguagem, visto que a mesma apresenta-se como possuindo os elementos acima exibidos.

O uso da linguagem matemática, em particular do simbolismo matemático, dá-se por uma necessidade prática de comunicação entre os indivíduos ao fazerem Matemática. Esta necessidade emerge quando da tentativa de resolução de situações-problema no cotidiano (Ávila, 1993) que precisam ser modeladas matematicamente. De acordo com o autor, há uma relação de dependência entre a linguagem cotidiana e o simbolismo próprio da Matemática. Esta relação, embora seja um mal necessário, acaba por tornar inacessível, para alguns, a compreensão da Matemática. Isto ocorre, dentre outras coisas, porque tanto na linguagem cotidiana (materna) quanto na linguagem matemática, *“podem ser de naturezas diversas e parte deles sempre é de conhecimento de maior número de indivíduos. A outra parte tem acesso apenas os indivíduos com conhecimentos mais específicos, sejam lingüísticos sejam matemáticos”* (Grasseschi, 2001, p. 165).

A dificuldade encontrada por estudantes ao relacionar a língua materna e o simbolismo matemático indica que devemos estar sempre atentos para a boa utilização desses instrumentos, a fim de que o aprendizado da Matemática não seja prejudicado, pois a apreensão do sentido e do significado destas

linguagens são úteis e indispensáveis à construção e transmissão das idéias matemáticas (Ávila, 1993). Portanto, a análise do uso da língua materna na resolução de problemas em Matemática tem há muito se constituído em um foco de pesquisas (Barnett, Sowder e Vos, 1997), já que esta linguagem torna possível o pensamento e a comunicação das idéias matemáticas. Neste sentido, o estudante precisa familiarizar-se com o simbolismo matemático, por exemplo, $+$, $=$, $<$, $>$, $\%$, etc, empregado para que a comunicação possa efetivar-se e perceber o seu significado para empregá-lo corretamente em um determinado contexto.

A linguagem é uma forma muito complexa através da qual uma enorme quantidade de informações pode ser transmitida entre pessoas (Dienes e Golding, 1977). No caso específico da linguagem matemática, é necessário que o estudante perceba que, por exemplo, em Álgebra, usamos letras para representar números com o objetivo de não chamar a atenção para qualquer número em particular. Se considerarmos que a e b são dois números inteiros quaisquer, podemos enunciar que tanto a soma como o produto entre estes dois números é exatamente um número inteiro. Esse princípio pode ser escrito através de um simbolismo matemático da seguinte forma: $a + b$ e $a.b \in \mathbb{Z}$.

Podemos considerar que uma dificuldade central encontrada pelos estudantes ao tentarem resolver problemas matemáticos verbais, também reside no uso da língua materna e na transição desta para o simbolismo próprio da Matemática. Há que se entender e ressaltar que *“toda linguagem, incluída a da matemática, expressa-se com sentenças”* (Lungarzo, 1993, p. 48) que nem sempre são compreendidas pelos estudantes. A tradução de uma informação extraída de um contexto verbal de um problema matemático para uma expressão matemática nem sempre parece ser uma tarefa fácil, pois *“os símbolos e a gramática da matemática constituem uma linguagem não familiar, os alunos diferem na rapidez e facilidade com que conseguem compreendê-los”* (Schneider e Saunders, 1997, p. 88).

Para obter êxito nas tarefas de resolver problemas verbais¹ apresentados em sala de aula, é requerido do estudante uma competência básica para lidar com a idéia de símbolo, pois a aquisição da função simbólica constitui um instrumental básico de leitura interpretativa das linguagens usuais nas várias áreas do conhecimento, dentre estas, a linguagem matemática.

Compreender as relações que podem ser construídas a partir das informações que estão contidas na mensagem veiculada no contexto verbal de uma situação-problema torna-se uma tarefa fundamental no ensino e na aprendizagem da Matemática. Muito mais que armazenar informações é importante aprender a pensar sobre elas. Para isto, é necessário estabelecer um paralelo entre os códigos da língua materna e os códigos da linguagem matemática. Tal fato pressupõe a necessidade de compreensão da semântica que, de acordo com Guiraud (1975), "*é o estudo do sentido das palavras*" (p. 10), como também dos significados produzidos pelos estudantes para os contextos 'verbal' e 'real' do problema. Além disso, no caso de situações-problema que envolvam contextos 'reais', aspectos de tal contexto também precisam receber significações pertinentes.

A resolução de problemas é uma atividade que requer uma interação entre o sujeito que os aborda e as informações veiculadas no contexto verbal que são apresentadas em língua materna. Estas informações necessitam ser decodificadas em uma outra forma de linguagem, ou seja, a linguagem matemática. Exige, também, todo um arcabouço de conhecimentos já disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito cognoscente, a fim de que ele possa lançar mão sempre que for necessário.

Em qualquer situação-problema matemática, as relações existentes entre as partes (os dados) e o todo (as

¹ Problemas verbais são aquelas situações problemáticas que têm a característica de "apresentar um predomínio de termos e expressões da língua materna e que se encontram ou não inseridas em contextos reais" (Medeiros, 2001, p. 213). Diferentemente, Problemas não-verbais são "aquelas situações problemáticas em que há um predomínio de termos da linguagem Matemática (Exemplos são as situações que incorporam as situações do tipo 'demonstre que', 'calcule' e 'prove que' seguidos de uma expressão simbólica estritamente Matemática" (id ibid, p. 212). De uma forma ou de outra todos esses problemas são sempre simbólicos.

sentenças matemática) são, em extensões variadas, expressas em língua materna. Logo, a tentativa de resolver tal situação exige uma leitura interpretativa das sentenças propostas nas situações-problema apresentadas, as quais precisam ser modeladas a partir de um referencial matemático adequado. No entanto, isto só torna-se possível se o estudante, a partir da composição das partes, constituir um todo e perceber que esta constituição parte-todo o conduzirá a uma sentença matemática. As operações são efetuadas mediante um conjunto de regras internas; no caso, de acordo com a sintaxe da matemática. Para isto, os seguintes aspectos encontram-se incorporados (Del Valle, 1969): 1. a percepção da estrutura do problema e a passagem para a linguagem matemática; 2. o domínio de operações fundamentais e 3. quando adequar-se, a aplicação da Matemática a situações sociais.

Semelhante à língua materna, a linguagem matemática também incorpora expressões e sentenças, tais como, $20 + 4 : 2$, que corresponde a uma 'expressão' e $x + 9 = 5$ que representa uma 'sentença'. A diferença entre expressão e sentença está no fato de que na sentença temos um sentido completo, ou seja, $(x + 9)$ atuando como se fosse o 'sujeito' e $(=5)$ como 'predicado'. Os sinais de igualdade e desigualdade surgem nas sentenças matemáticas com a função de 'verbo' semelhante ao existente na língua materna (Centurion, 1994). Os sinais de associação (pontuação) "*indicam a ordem em que as operações devem ser realizadas*" e "*mudando a pontuação de uma expressão matemática, o seu valor é alterado*" (id. ibid, p.115-116).

Por outro lado, "*é semântica tudo que se refere ao sentido de um sinal de comunicação e, principalmente, tudo que se refere às palavras*" (Guiraud, 1975, p. 8).

De acordo com Guiraud, nesta mesma obra, um dos problemas principais da semântica é o de ordem lógica que estuda o problema da significação¹ e do sentido² dos signos. O problema de ordem

1 Para Guiraud (1975) a 'significação' é o processo que associa um objeto, um ser, uma noção ou um acontecimento a um signo capaz de os evocar (p.15).

2 O termo 'sentido' é aqui empregado de acordo com Guiraud (1975, p. 26) para descrever a dependência das relações da palavra com as outras palavras do contexto e tais relações são determinadas pela estrutura do sistema linguístico.

lógica conduz-nos às questões de relacionamento do signo com a realidade, das condições em que um signo é aplicável e as regras que asseguram uma verdadeira comunicação. Neste sentido, a resolução de problemas matemáticos verbais caracteriza-se como uma atividade de caráter lógico e complexo, pois requer que o estudante produza significados e sentidos matemáticos para o contexto verbal em que o problema é apresentado.

Metodologia Adotada

Neste estudo, investigamos as produções escritas e orais de um grupo composto por 24 estudantes da 8ª série de uma escola pública do ensino fundamental da cidade de Belém (Pará) onde procuramos investigar as linguagens e as estratégias utilizadas e os erros por eles apresentados ao tentarem resolver situações-problema em matemática. Este tipo de preocupação investigativa aponta para a necessidade de uma abordagem do tipo analítico-interpretativa, pois visa compreender, na medida do possível, tal conhecimento em sua complexidade, buscando colher informações relevantes que possam propiciar a descoberta de aspectos novos ou pouco conhecidos, tarefa típica da pesquisa qualitativa (André, 1995). Buscamos identificar 'generalidades' nas abordagens no grupo investigado, a partir da interpretação das produções escritas e orais dos sujeitos investigados. Tal tipo de abordagem metodológica encontra-se também influenciada pela Fenomenologia (Medeiros, 1992; Danyluk, 1998; Bicudo, 2000; Thomaz Neto, 2002), uma vez que está voltada para a compreensão do que é manifesto pelos sujeitos através da linguagem, do que lhes faz sentido, percebido dentro de um determinado contexto.

A coleta de dados ocorreu em duas etapas. Na primeira etapa, apresentamos ao grupo de estudantes quatro problemas matemáticos verbais denominados de P_1 , P_2 , P_3 e P_4 , a saber: Problema 1 (P_1). Pensei em um número. Subtraí três unidades e multipliquei o resultado por quatro. Somei uma unidade e o resultado foi vinte e cinco. Em que número pensei?; Problema 2 (P_2).

Certa mulher é casada com um homem sete anos mais velho do que ela. Quando a primeira criança do casal nasceu, a soma das idades do casal era setenta e nove. Qual era a idade da mulher?; Problema 3 (P_3). Ao final de um dia de trabalho, em um restaurante, os garçons dividem entre si R\$ 120,00 de gorjetas recebidas dos clientes. No dia seguinte, dois garçons faltam e o total de gorjetas é de R\$ 96,00. Qual o total de garçons e quanto cada um recebeu, sabendo-se que a quantia em gorjetas no primeiro e no segundo dia foi a mesma? e Problema 4 (P_4) Três torneiras, quando abertas simultaneamente, levam quatro horas para encher um reservatório. Se uma delas leva oito horas e a outra leva doze horas para encher esse mesmo reservatório, qual o tempo em que a terceira torneira sozinha levará para enchê-lo?

Nesta etapa, solicitamos que apresentassem por escrito, através de mais de uma forma de abordagem, suas tentativas de resolução para os problemas. Na segunda etapa, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas com o objetivo de conhecer as explicações dos sujeitos investigados para as suas abordagens escritas. No caso específico deste estudo, a entrevista assume papel informativo e formativo (Rodríguez, 1991). Para a estruturação das entrevistas realizadas tomamos por base as fases apresentadas por Polya (1995), para o ensino da resolução de problemas em Matemática. Os estudantes foram representados pela letra 'E' seguida de índices numéricos do número 1 ao 24. Nas análises interpretativas as origens dos erros de fonte lingüística receberam aqui as seguintes denominações: Semântica (onde modela-se o contexto verbal inadequadamente e opera-se sobre o mesmo adequadamente) e Semântico/sintática (onde tanto modela-se inadequadamente como opera-se inadequadamente o contexto verbal). Outras origens de erros mais específicos quanto à matematização das situações-problema, receberam denominações próprias as quais estiveram relacionadas a uma ou outra das duas condições do problema. Foi atribuída a denominação de 'desobediência', àquele tipo de origem de erro em que o sujeito age parecendo não estar em alerta sobre uma das condições. Por 'confusão', aquele tipo de erro em que o sujeito mostra, em algum momento,

perceber a importância de uma das condições, mas não é bem sucedido em relação à mesma.

Resultados Gerais deste Estudo

Os resultados gerais desta investigação assentam-se nas análises interpretativas das produções escritas e orais sobre as quatro situações-problema apresentadas aos estudantes. Pretendemos na proposição do problema de pesquisa, responder os seguintes questionamentos, a saber: 1. Qual(is) o(s) tipo(s) de linguagem(s) matemática utilizada(s) pelos estudantes e em que tipo de linguagem adotada há maior incidência de erros?; 2. Que tipo(s) de erro(s) é/são exibido(s) pelos estudantes?; 3. Como se apresentam, quanto a sua origem, os erros exibidos pelos estudantes em cada linguagem utilizada? e 4. Qual(is) o(s) comportamento(s) dos estudantes relativo(s) às fases apresentadas por Polya?

Os estudantes utilizaram dois tipos de linguagem (aritmética e algébrica), algumas vezes prendendo-se a apenas uma delas e às vezes utilizando ambas em 'blocos distintos' de raciocínio nas suas abordagens totais. Focalizando o uso da linguagem em cada problema, temos em P_1 , 87,5% que utilizaram a linguagem aritmética e 75% a linguagem algébrica; em P_2 , 75% linguagem aritmética e 54% algébrica; em P_3 , 66,67% a linguagem aritmética e 20,83% algébrica e, finalmente em P_4 , 83,33% utilizaram a linguagem aritmética e 37,5% a linguagem algébrica. Podemos ainda ressaltar que no problema que não apresenta contexto real (P_1), há um certo equilíbrio quanto ao uso das linguagens, enquanto que nos problemas que apresentam contextos reais (P_2 , P_3 e P_4), há um predomínio pela adoção da linguagem aritmética. Esse predomínio quanto ao uso da linguagem aritmética, nos problemas que apresentam contextos verbais e reais, aumenta à medida que o nível de complexidade apresentado nos problemas também aumenta. Provavelmente, essa opção evidencia um aprendizado superficial de Álgebra, centrado fundamentalmente nas regras

de manipulação, que permitam encontrar a resposta para a equação, ou seja, os estudantes são preparados para operarem algebricamente em contextos desprovidos de uma situação real. Ao confrontarmos as linguagens adotadas pelos estudantes, seja nas abordagens adequadas seja nas inadequadas, observamos que houve uma predominância de uso da linguagem aritmética.

Nesta investigação, percebemos que a incidência de erros por linguagem presentes nas abordagens dos estudantes, apresentou-se distintamente em cada problema, a saber: em P_1 , 19,04% cometeram erros ao utilizar a linguagem aritmética e 100% dos estudantes que utilizaram a linguagem algébrica exibiram erro; em P_2 , 33,33% dos estudantes erraram ao utilizarem a linguagem aritmética e, dentre os que utilizaram a linguagem algébrica, 46,15% apresentaram erro; em P_3 , 50% cometeram erros ao utilizarem a linguagem aritmética e 100% na linguagem algébrica e, finalmente em P_4 , 100% dos estudantes apresentaram erros ao utilizarem ambas as linguagens. Os dados aqui apresentados conduzem à seguinte reflexão: os estudantes possuem dificuldades para se expressar tanto em linguagem aritmética quanto em linguagem algébrica na resolução de problemas verbais envolvendo o tópico equação polinomial do 1º grau. O fato dos estudantes utilizarem mais a linguagem aritmética do que a algébrica, não significa que eles foram bem-sucedidos nesta, como demonstra esta investigação. Outro aspecto a ressaltar, diz respeito às dificuldades encontradas na linguagem aritmética, as quais tenderam a se repetir no uso da linguagem algébrica.

A seguir, abordaremos as estratégias adotadas pelos estudantes os erros e suas possíveis origens.

Sobre as estratégias adotadas

Quanto às estratégias adotadas pelos estudantes ao abordarem os quatro quesitos propostos ao longo desta investigação, identificamos as seguintes: '*uso de equação*', '*tentativa e erro*' e '*uso de operações aritméticas*'. As

estratégias identificadas com maior incidência nas *abordagens escritas inadequadas* (erros) foram: em P_1 'uso de equação'; adotada por 75% dos estudantes; em P_2 a estratégia mais adotada foi 'uso de equação', com 60%; em P_3 , 72% a estratégia 'uso de operações aritméticas' e, finalmente, em P_4 , 61,9% a estratégia 'uso de operações aritméticas'. A estratégia 'tentativa e erro' foi pouco utilizada, aparecendo apenas nas tentativas de resolução de P_1 (25%) e P_2 (20%).

Olhando de uma forma ampla, observamos que o mau desempenho dos estudantes na abordagem dos quatro problemas, reside em sua inabilidade ao modelar matematicamente ambos os contextos verbal e real dos problemas, como também apontado por Medeiros (1992). Isto é provavelmente fruto das experiências vivenciadas por esses estudantes em lidarem com a resolução de problemas situando e tratando tais contextos em sala de aula, em sua escolarização. No caso das abordagens em que foi utilizada a estratégia 'uso de equação', detectamos uma grande dificuldade por parte dos estudantes. Parece factível, afirmarmos que tal dificuldade deve-se, pelo menos em parte, ao fato de que a atividade de resolução de problemas tem sido comumente abordada nas escolas como simples tarefas envolvendo as equações em si, ou seja, não tem sido comum o trabalho com equação de forma contextualizada, que possibilite explorar tanto contextos verbais como contextos reais. Ao contrário, os estudantes têm sido submetidos à prática de exercícios de mera busca da incógnita em problemas destituídos destes contextos. Isto ficou claro nas entrevistas quando os estudantes ao serem perguntados sobre se já haviam resolvido algum tipo de problema envolvendo o uso de palavras, uma vasta maioria deles informou não ter visto ou resolvido, a partir da 6ª série, problemas desta natureza, isto é, envolvendo contextos, sejam estes verbais ou reais. Lembram-se eles de problemas que poderíamos caracterizar como verbais; mas, na esfera apenas das séries iniciais e, portanto, sem utilização de uma linguagem algébrica. Na verdade, eles costumemente recebem um certo ensinamento sobre problemas envolvendo questões do cotidiano do tipo 'problemas que

exploram a relação de compra e venda'. Posteriormente, estudam equação polinomial do 1º grau, visto que são estudantes da 8ª série. De uma forma positiva, eles embora não tendo sido bem-sucedidos, tentaram nesta presente investigação, misturar os seus possíveis aprendizados anteriores com a utilização das quatro operações.

Na busca de resolução dos problemas, os dados mostraram que os estudantes apresentam em suas abordagens, a existência de vários '*blocos de raciocínio*' e isso demonstra de forma positiva que eles apresentaram um certo compromisso com o teste e as buscas de soluções para os problemas propostos. Isso ocorre contrariamente ao que acontece em geral em sala de aula, onde os estudantes são incentivados a seguirem um único modelo adotado, o do professor.

Sobre os erros e suas possíveis Origens

No que se refere às *abordagens escritas inadequadas* apresentadas pelos estudantes, foi possível identificar a origem dos erros como: semântica e semântico/sintática. Na esfera destas duas origens de erros os estudantes, ao tentarem resolver os problemas, apresentaram um maior índice de erros de origem semântico/sintática. Consideramos que isso se deve ao fato dos sujeitos investigados não compreenderem a estrutura matemática subjacente aos contextos verbais e reais, pois a escola basicamente preocupa-se, como já aludido acima, em proporcionar listas enormes de exercícios cuja ênfase é na utilização de algoritmos aplicados de maneira mecânica e, portanto, sem compreensão. Este aspecto aponta para a importância do professor ao abordar a resolução de problemas algébricos em sala de aula, estar atento para um enfoque lingüístico (semântica e sintaxe) presentes nestes dois contextos (verbal e real).

Em se tratando dos quatro problemas abordados, identificamos diferentes tipos de erros e suas possíveis origens, a saber: em P_1 , os erros do tipo 'omissão do sinal associativo na sentença matemática', 'representação inadequada

da incógnita', operação aritmética inadequada' e 'adição inadequada com monômios não semelhantes', foram identificados com origem semântico/sintática e o erro 'representação inadequada da incógnita', como de origem semântica. Em P_2 , os erros 'confusão com a expressão homem sete anos mais velho' e 'não obedece à condição homem sete anos mais velho', são identificados como de origem semântica, e os erros 'representação da mesma grandeza com incógnitas diferentes', 'utilização aleatória de operações aritméticas' e 'não obedece à condição homem sete anos mais velho', todos de origem semântico/sintática. Em P_3 , os erros de 'utilização aleatória de operações aritméticas', 'representação inadequada da incógnita' e de 'equação que não expressa a proporção', os quais denominamos como de origem semântico/sintática, e os erros 'utilização aleatória de operações aritméticas' e 'equação que não expressa a proporção', denominados como de origem sintática. E, finalmente em P_4 , os erros 'utilização aleatória de operações aritméticas' e 'representação inadequada da sentença matemática como soma dos tempos', foram identificados tanto nos erros de origem semântico/sintática quanto semântica.

Nesta investigação, observamos que grande parte dos estudantes não apresenta dificuldades em extrair os dados do enunciado do problema e em identificar a incógnita, mas encontram dificuldades em selecionar dados relevantes e irrelevantes para a solução e especialmente em compreender as relações a serem estabelecidas com os dados considerados relevantes.

Ao compararmos o desempenho dos estudantes nos quatro problemas apresentados, observamos que estes obtiveram um melhor rendimento em P_2 onde encontramos a menor incidência (41,66%) de *abordagens escritas inadequadas*. Atribuímos tal resultado à experiência prévia do estudante em lidar com idades (anos), o que possivelmente favoreceu a percepção do contexto real do problema, como ficou evidenciado por um grupo de estudantes durante suas entrevistas. Contrariamente a esse desempenho favorável, em P_4 encontramos o maior índice (87,5%) de *abordagens escritas inadequadas*. Possivelmente as

dificuldades encontradas pelos estudantes, residem em entender através dos dois contextos o fenômeno físico presente.

Constatou-se que mesmo estudantes de 8ª série, que já haviam aprendido equação polinomial do 1º e do 2º grau na escola, utilizaram procedimentos aritméticos para a solução dos problemas. Provavelmente, isso se deve à forma como vem sendo trabalhada a álgebra em sala de aula onde geralmente é apresentada e explorada destituída de significados.

Algumas evidências podem ser identificadas nas produções escritas inadequadas dos estudantes no que diz respeito à semântica e à sintaxe: alguns estudantes modelam o contexto verbal inadequadamente e o desenvolvem adequadamente, outros tanto o modelam como o desenvolvem inadequadamente.

Sobre as entrevistas

Os depoimentos orais dos estudantes, colhidos através de entrevista, indicam que estes quando solicitados a explicarem o enunciado dos problemas apresentaram as seguintes atitudes: conseguem explicá-los parafraseando-os ou apenas limitam-se a ler o enunciado. Com relação aos que conseguem explicar parafraseando temos em P_1 (45,83%), P_2 (50%), P_3 (45,83%) e P_4 (41,66%), enquanto os que se limitam apenas a ler são em P_1 (54,17%), P_2 (50%), P_3 (54,17%) e P_4 (58,33%). A média geral encontrada para os que parafrasearam foi de 45,83% e de 54,17% para os que apenas lêem os enunciados.

Quanto à compreensão de termos lingüísticos, temos em P_1 (87,5%), P_2 (100%), P_3 (95,84%) e P_4 (41,67%), os que demonstram reconhecer todos os termos arrolados nos enunciados dos problemas. Em P_1 (12,5%), P_2 (0%), P_3 (4,16%) e P_4 (58,33%) os que apresentam alguma dificuldade em reconhecê-los. Dentre as dificuldades apresentadas, podemos citar em P_1 (8,33%) a falta de entendimento do termo 'três unidades', em P_3 (4,16%) da frase 'sabendo-se que a

gorjeta no primeiro e no segundo dia foi a mesma' e em P_4 (45,83%) o termo 'simultaneamente'.

Quando os estudantes foram perguntados sobre se havia algum termo ou expressão presentes nos enunciados dos problemas cujos significados eles desconhecêssem, foi notável a grande quantidade dos que informaram não terem enfrentado problemas desta natureza quanto aos problemas apresentados no teste escrito. A média geral apresentada foi de 81,25% para os que disseram reconhecer todos os termos lingüísticos presentes nos enunciados dos problemas e de 18,48% para os que apresentaram dificuldade em reconhecer alguns termos. Uma conclusão a que podemos chegar é a de que nem sempre o fato dos sujeitos expressarem seus pontos de vista sobre os seus atos de cognição significa que eles estejam capacitados para fazê-los de uma forma produtiva e próxima da realidade. Um outro ponto a se considerar é que mesmo quando um sujeito compreenda informações específicas dos contextos verbais ou reais dos problemas, possuindo até mesmo os conceitos necessários à sua solução, isso ainda pode ser pouco neste empreendimento. Parece viável a assertiva da importância e necessidade da elaboração de uma 'teia cognitiva', como apontado por Medeiros (2001) onde as 'partes e o todo' estejam interligados com um sentido, isto é, numa forma harmoniosa. Certamente, aí também reside uma fonte ampla e geral dos erros cometidos em resolução de problemas.

Em se tratando da identificação da incógnita observamos que em P_1 (91,66%), P_2 (100%), P_3 (91,66%) e P_4 (100%) conseguem identificá-la, enquanto que em P_1 (8,34%), P_2 (0%), P_3 (8,34%) e P_4 (0%) não a identificam. Encontramos a média geral de 95,83 para os que identificaram a incógnita dos problemas e 4,17 para os que não a identificaram.

As entrevistas indicam ainda que os estudantes em P_1 (83,33%), P_2 (83,33%), P_3 (8,34%) e P_4 (8,34%) reconhecem todas as condições dadas nos enunciados dos problemas e em P_1 (16,67%), P_2 (16,67%), P_3 (91,66%) e P_4 (91,66%) as identificam parcialmente. Em

se tratando de média geral, temos aqui 45,83% de estudantes que conseguem identificar as condições dos problemas e 54,17% que as identificam parcialmente.

No que diz respeito às informações consideradas desnecessárias para encontrar a solução do problema, encontramos em P_1 (25%), P_2 (83,33%), P_3 (29,17%) e P_4 (33,34%) dos sujeitos que as identificam enquanto tal e em P_1 (75%), P_2 (16,67%), P_3 (70,83%) e P_4 (66,66%) acreditam não existir nenhuma informação desnecessária no enunciado do problema. Na média geral, obtivemos 42,71% dos sujeitos que não identificaram nenhuma informação desnecessária e 57,29 que identificaram.

Esta investigação permitiu também identificar, através das entrevistas, que os estudantes não conseguem verificar os resultados encontrados quando da resolução dos problemas propostos em P_1 (50%), P_2 (58,33%), P_3 (47,36%) e P_4 (66,66%). Em relação aos que conseguem realizar a verificação, temos em P_1 (50%), P_2 (41,67%), P_3 (52,64%) e P_4 (33,34%). Temos como média geral 44,41% de estudantes que conseguem verificar sua resolução e 55,59% que não conseguem. Os que conseguem empreender a verificação de seus resultados se limitam apenas a checarem as operações realizadas. Nenhum dos estudantes que optaram por uma resolução algébrica conseguiram perceber que ao substituírem a raiz encontrada na equação poderiam validar ou não a igualdade, identificando assim a resposta como certa ou errada.

As respostas emitidas pelos estudantes permitiram identificar que em P_1 (58,33%), P_2 (50%), P_3 (57,89%) e P_4 (71,42%) não haviam vivenciado a resolução de um problema semelhante na escola. Ao contrário, em P_1 (41,67%), P_2 (50%), P_3 (42,11%) e P_4 (28,58%) indicaram já terem resolvido um problema semelhante em séries anteriores. A média geral dos que afirmam terem tido experiências com tarefas escolares deste tipo é de 40,59%, já os que dizem nunca terem tido tal experiência é a de 59,41%. Quando solicitados a descreverem o tipo de problema

semelhante vivenciado, os estudantes reportam-se às séries iniciais do Ensino Fundamental, mas especificamente, como já mencionado, a problemas que envolvem 'compra e venda' e 'idades', que nem sempre apresentam a mesma estrutura dos problemas aqui utilizados. Tal fato pode ter contribuído para a pouca habilidade dos estudantes em lidarem com problemas que apresentem contextos verbais e contextos reais ao resolverem problemas que envolvem equação polinomial do 1º grau.

Quando indagados acerca de outra maneira para resolverem os problemas, os estudantes em P_1 (83,33%), P_2 (75%), P_3 (100%) e P_4 (95,23%) indicam desconhecer outra via de solução, enquanto que os estudantes em P_1 (16,67%), P_2 (25%), P_3 (0%) e P_4 (4,77%) apresentam outros caminhos. Obtendo assim como média geral 11,61% para os que apresentam outras vias de solução para o problema e 88,39% para aqueles que não as apresentam. É importante ressaltar que os estudantes que apresentam outras formas de solução o fizeram na medida em que foram estimulados pelo pesquisador a buscar outras alternativas de resolução para os problemas.

Conclusões e Considerações Educacionais

Estudar a resolução de problemas verbais se constitui uma das tarefas mais significativas para o ensino e aprendizagem da Matemática no contexto escolar, pois acena para uma série de possibilidades interpretativas presentes na estrutura cognitiva do sujeito que resolve um problema seja adequadamente ou inadequadamente. Por outro lado, fazermos matemática é algo bastante íntimo, se não indissociável da prática de resolvermos problemas.

A forma de analisarmos as produções escritas e orais dos estudantes nesta investigação pode proporcionar aos professores um mapeamento das dificuldades em torno do ato de resolução de problemas assim como da complexidade que envolve o mesmo.

Os resultados deste estudo apontam para a importância dos professores estarem revendo a forma como vem sendo explorada a resolução de problemas e, em especial, os tipos de tarefas que são propostas aos estudantes. Há que se propor problemas que apresentem *contextos reais* e *contextos verbais* para que professores e estudantes possam vivenciar a percepção da estrutura matemática subjacente a estes contextos e, com isto, perceberem as dificuldades envolvidas.

As produções escritas inadequadas dos estudantes revelam evidências no que diz respeito à 'semântica' e à 'sintaxe', qual seja, alguns estudantes modelam o contexto verbal inadequadamente e desenvolvem adequadamente (acertos dentro dos erros); outros, tanto o modelam como o desenvolvem inadequadamente (erros dentro de erros).

Há também a necessidade de revermos a concepção de avaliação adotada pela maioria dos professores de Matemática que muito pouco tem contribuído para a compreensão do raciocínio do estudante durante a resolução de um problema. Isto inviabiliza, para o professor, uma tomada de ação que venha contribuir para que o estudante repense e supere seus erros no percurso adotado em sua escolaridade.

O presente estudo ainda suscita a importância de se ampliar trabalhos que tenham como foco a identificação e análise das estratégias e os erros mais freqüentes cometidos por estudantes ao resolverem problemas matemáticos verbais uma vez que a resolução de problemas constitui-se num dos elementos mais importantes no ensino de Matemática.

Referências

ANDRÉ, M. E. D. **Etnografia da prática escolar**. São Paulo: Cortez, 1995 (Série Prática Pedagógica).

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa fenomenológica à procura de procedimentos rigorosos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Fenomenologia: confrontos e avanços**. São Paulo: Cortez, 2000. p: 71-102.

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. Porto Alegre: Editora Sulinas, 1998.

ECHEVERRIA, M. D. P. P. & POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-42.

LESTER, F. K. JR. Issues in Teaching Mathematical Problem Solving in the Elementary Grades, **School Science and Mathematics**. Fevereiro, v. 82, n. 2, p. 93-98, 1982.

MEDEIROS, C. F. Por uma Educação Matemática como intersubjetividade. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Educação Matemática**. São Paulo: Cortez, 1987. p. 13-44.

MEDEIROS, C. F. **An Investigation into Errors Made in Attempts to solve Mathematical Problems**. PhD Thesis, The University of Leeds, England, 1992.

MEDEIROS, C. F. **Modelos Mentais e Metáforas na Resolução de Problemas Matemáticos Verbais**. Ciência & Educação, v. 7, n. 2, p. 209-234, 2001.

NESHER, P. Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. In: GORGORIO, N.; DEULOFEU, J & BISHOP, A. (Org.). **Matemáticas y Educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional**. Barcelona: Editorial GRAÓ, 2000. p. 109-123.

POLYA, G. **A Arte de resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. 2 ed. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1995.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas em matemática na high school. In: KRULIK, S & REYS, R (Org.). **A Resolução de Problemas na Matemática Escolar**. Trad. Hygino Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 1-3.

POZO, J. I. & ANGÓN, Y. P. A Solução de Problemas como Conteúdo Procedimental da Educação Básica. In: POZO, J. I. (Org.). **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 139-172.

POZO, J. I. & CRESPO, M. A. G. A Solução de Problemas nas Ciências da Natureza. In: POZO, J. I. (Org.). **A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 67-102.

RODRÍGUEZ, A. G. La investigación en Didáctica de las Matemáticas. In: GODINO, J. D.; ALFONSO, B. G.; RODRIGUEZ, A. G. & VASQUEZ, M. S. **Área de Conocimiento e Didáctica da la Matemática**. Madrid: Síntesis, S. A., 1991. p.149-194.

SAVIANI, D. **Educação: do senso comum a consciência filosófica**. 13ª ed. Campinas: Autores Associados, 2000.

THOMAZ NETO, Mario J. de Oliveira. **Uma investigação sobre erros em tentativas de resoluções de problemas matemáticos verbais**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

Comunicação Universitária:
Revista do Centro de Ciências
Sociais e Educação.
Belém, Nº 6, V. 2, 2006