

Curvas Patológicas

Rubens Vilhena FONSECA*
 Maria da Glória da Costa de LIMA**

Introdução

Na minha adolescência li um livro que foi fundamental para a tomada de uma decisão – a de vir a ser um professor de Matemática. Esse livro “As Maravilhas da Matemática”, (Editora Bloch, 1972) é de autoria do professor Júlio de Mello e Souza (1895-1974).

Muito já foi dito sobre esse homem, que ficou conhecido como Malba Tahan, e eu posso acrescentar: nunca, antes de ler “As Maravilhas da Matemática”, eu havia visto a Matemática ser apresentada do modo tão agradável, como ele o fez.

Os anos passaram e o meu querido livro desapareceu, esquecido talvez na prateleira de alguém, pois eu sempre o emprestava quando falavam mal da Matemática. E como são tantos!!...

Uma coisa ficou em minha cabeça, o capítulo que falava das “Curvas Patológicas”. O assunto em si já era bem interessante e o professor fazia brotar orgulho do leitor, que ia as alturas, quando ele dizia que uma dada equação “era descoberta de um brasileiro”, e que ela era “inérita nos domínios da geometria Analítica”. Noutra parte, ele afirmava que nenhum matemático do mundo, até então, conseguira inventar uma equação que definisse uma determinada figura, a qual ele chamava de “assombrosa”. E concluía dizendo: “Essa revelação é uma das descobertas mais notáveis feitas por um matemático brasileiro”.

Imaginem como a mente do adolescente brasileiro, recém apaixonado por Matemática, não ficou!

O professor Júlio infelizmente, não colocava uma bibliografia, que ajudasse a aprofundar o assunto, e por sinal nunca encontrei outro livro, em português, que mencionasse tais curvas. Ele e também não dizia o nome dos matemáticos brasileiros que haviam feito as “assombrosas descobertas”.

No decorrer dos anos, lendo mais um pouco sobre o professor Júlio, comecei a desconfiar se não poderia ser ele mesmo o criador das equações por ele mencionadas. Porém até hoje, não sei a resposta.

O tempo me fez esquecer do assunto, até que reví o livro nas mãos de um aluno. Aí, então as emoções antigas, retornaram... O que segue é fruto dessas emoções.

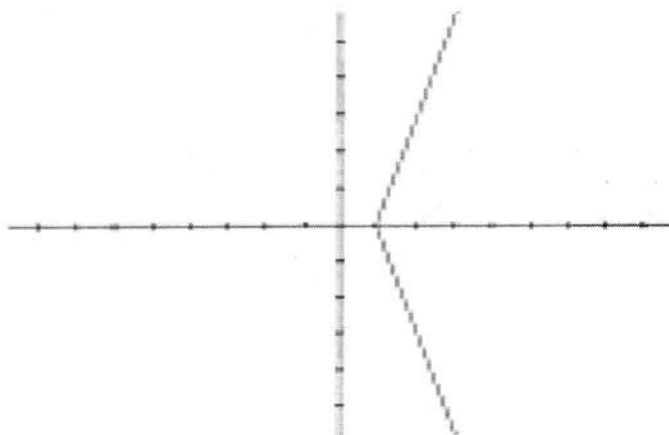
Curvas com pontos isolados

Segundo o prof. Júlio, curvas Patológicas são àquelas que apresentam certas anomalias geométricas, como por exemplo o fato de serem curvas contínuas e apresentarem pontos isolados, ou seja, pontos que pertencem à curva mas que estão fora da curva(!). Em seu artigo só aparecia o gráfico de uma equação.

Resolvemos nesse artigo colocar todos o gráficos das equações por ele citadas.

A curva abaixo representada, é definida pela equação:

$$y^2 = (x+1)(x^2 - 1)$$



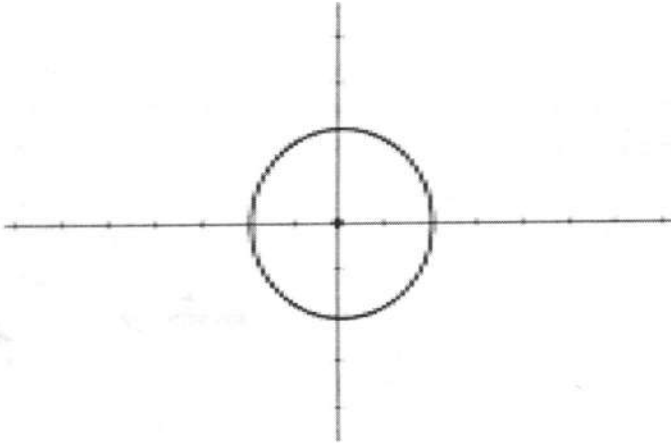
*UEPA, CESUPA, CESAM

**Revisão do texto-UEPA.

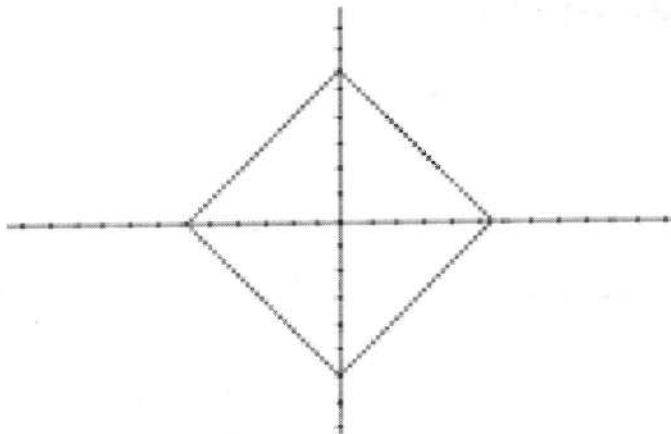
Observa-se que o ponto $(-1,0)$ pertence à curva mas está, digamos assim, desprezado por ela.

A equação $|\sqrt{x^2 + y^2} - 2| = 2$, é aquela que o prof. Júlio apresentou como totalmente inédita nos domínios da Geometria Analítica, até 1972.

O gráfico dessa equação cuja representação, se pode ver abaixo é de outra curva patológica. No caso, uma circunferência de raio dois e centro na origem, mas com o ponto $(0, 0)$, isolado nesta mesma origem.



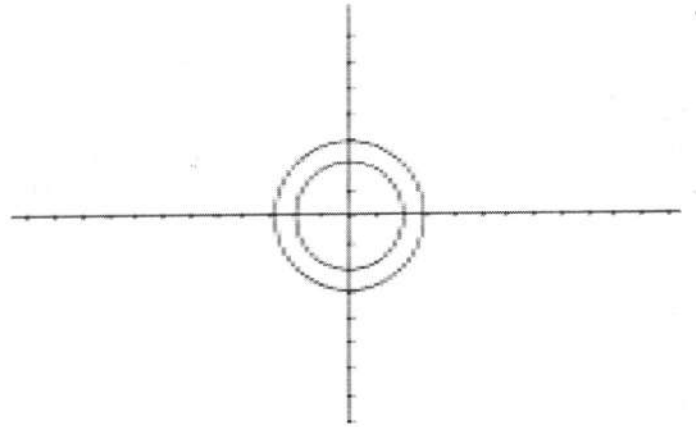
O próximo exemplo é aquele que, nas palavras do professor Júlio, é uma das mais notáveis descobertas feitas por um brasileiro. Trata-se da equação: $||x| + |y| - 3| = 3$ que tem como gráfico, um quadrado com um ponto isolado no centro. Sobre essa curva o prof. Júlio dizia em seu artigo, que nenhum matemático do mundo, havia inventado uma equação que definisse essa “figura assombrosa”.



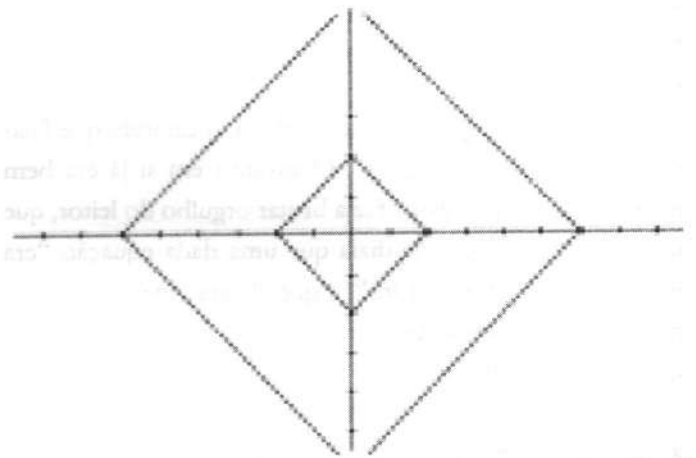
O exemplo, que se segue, foi apresentado pelo prof. Júlio como curiosidade. Uma equação representando duas

curvas simultaneamente. Apesar da hipérbole já ser um caso simples desse tipo, esse é outro caso das curvas patológicas.

A equação $|x^2 + y^2| - 6| = 2$ representa geometricamente dois círculos concêntricos. E nas palavras do prof. Júlio: “até agora (1972) os matemáticos (do mundo todo) não sabiam escrever uma equação cuja pintura geométrica fosse constituída por dois círculos concêntricos”.



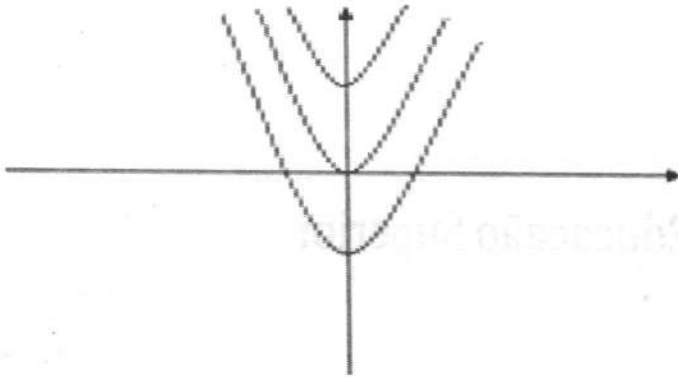
O último exemplo, era na opinião do prof. Júlio, uma descoberta muito simples, mas que honrava a cultura matemática no Brasil. Trata-se da equação $||x| + |y| - 4| = 2$, que define dois quadrados concêntricos.



Esperando contribuir para futuras discussões do assunto, apresento a equação $||y - x^2| - k| = k$, onde k é um inteiro positivo. Desenvolvendo esta equação encontramos diferentes expressões para y , a saber:

$$y = x^2 + 2k, \quad y = x^2 \quad \text{e} \quad y = x^2 - 2k.$$

Facilmente se comprova que cada uma dessas expressões, satisfaz a equação dada. A qual descreve as três parábolas, do gráfico que ora é apresentado.



Ao final deste artigo, ficam “no ar” algumas perguntas: existe uma maneira de criar equações que determinem 2, 3, 4 ou mais gráficos simultaneamente? existem casos de gráficos simultâneos com pontos isolados?

Conclusão

Com esse artigo presto, ainda que indiretamente, uma

homenagem ao prof. Júlio, que com o seu livro “As Maravilhas da Matemática”, me ajudou a fazer uma excelente escolha profissional. Espero também, que a publicação deste artigo, me faça obter respostas, dos colegas de todo o Brasil, a essas questões que guardo comigo, há 16 anos.

Referências Bibliográficas

- AABOE, Asger. *Episodios da História Antiga da Matemática*. Sociedade Brasileira de Matematica 1984
- BOLT, Brian. *Actividades matemáticas*. Lisboa Gradiva, 1991
- BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Sao Paulo, Edgard Blucher/EDUSP, 1974
- TAHAN, Malba, *As Maravilhas da Matemática*. Rio de Janeiro, Editora Block, 1983