
Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

Diagnosis of Student Knowledge on First-Degree Polynomial Functions Based on the Theory of Registers of Semiotic Representations

Emily da Costa Madeira
Acylena Coelho Costa

Universidade do Estado do Pará (UEPA)
Belém-Brasil

Resumo

O presente artigo é parte de um estudo que se debruçou a partir da seguinte questão de pesquisa: quais as principais dificuldades que os alunos possuem em relação ao conteúdo de função polinomial de 1º grau sob as perspectivas da Teoria dos Registros de Representação Semiótica? Para respondê-la, objetivou-se verificar o conhecimento de estudantes da 1ª série do ensino médio no que se refere as representações da função polinomial de 1º grau. A metodologia adotada foi a Engenharia Didática, em que foi aplicada uma atividade diagnóstica com alunos da 1ª série do ensino médio de uma escola pública para avaliar o conhecimento do objeto matemático a partir de suas representações em linguagem natural, tabular, gráfica e algébrica por meio de uma análise qualitativa. Como aporte teórico, adotou-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com foco nas perspectivas ligadas à semiose e à noesis. Como resultados, observou-se que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades na resolução de questões que envolvem representações em linguagem algébrica e gráfica, contudo, tiveram mais facilidade ao se deparar com as representações em linguagem natural e tabular.

Palavras-chave: Função polinomial de 1º grau; Teoria dos registros de representação semiótica; Atividade diagnóstica.

Abstract

The present article is part of a study that focused on the following research question: what are the main difficulties that students face regarding the content of first-degree polynomial functions from the perspectives of the The Theory of Registers of Semiotic Representation? In order to answer this question, the objective was to assess the knowledge of first-year high school students concerning the representations of first-degree polynomial functions. The methodology adopted was Didactic Engineering, which involved administering a diagnostic activity to first-year high school students at a public school to evaluate their understanding of the mathematical object through its representations in natural language, tabular form, graphically, and algebraically, utilizing qualitative analysis. The theoretical framework adopted was the the Theory of Registers of Semiotic Representation, focusing on perspectives related to semiosis and noesis. The results indicated that the majority of students encountered difficulties in solving problems involving representations in algebraic and graphical forms; however, they demonstrated greater ease when dealing with representations in natural language and tabular format.

Keywords: First-degree polynomial functions; Theory of registers of semiotic representations; Diagnostic evaluation.

1 Introdução

O presente trabalho é parte de um estudo que visou a proposição de uma atividade diagnóstica para verificar o conhecimento discente acerca do conteúdo de função polinomial de 1º grau em suas diversas representações matemáticas.

Assim, a partir de estudos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica em disciplinas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará, houve o interesse em relacionar a teoria com o conteúdo de função polinomial de 1º grau por ser um objeto de afinidade e estudo de ambas as autoras.

Outro fator motivador para investigar a temática, foi a experiência prévia acerca do ensino do objeto matemático, em que percebeu-se a existência de dificuldades no processo de ensino e aprendizagem e também, a constante percepção de que o conteúdo de função polinomial de 1º grau só pode ser representado de uma única forma, normalmente a algébrica.

Costa, Bittencourt e Fernandes (2016) ressaltam que as principais dificuldades que os alunos encontram na aprendizagem de funções polinomiais de 1º grau decorrem do entendimento dos princípios básicos do raciocínio de funções, que é compreender as relações existentes nos diversos registros de função. Além disso, apontam que o hábito de propor aos alunos problemas diversos, que necessitem do mesmo procedimento/técnica para suas soluções, pode contribuir para tais dificuldades.

Assim, considerou-se relevante um estudo diagnóstico que possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do objeto matemático em estudo, em que buscou-se responder a seguinte questão problema: quais as principais dificuldades que os alunos possuem em relação ao conteúdo de função polinomial de 1º grau sob as perspectivas da Teoria dos Registros de representação Semiótica?

Com base na questão levantada, empreendeu-se um estudo cujo objetivo geral é verificar o conhecimento de estudantes da 1ª série do ensino médio no que se refere as representações da função polinomial de 1º grau.

Para tanto, a organização do presente artigo encontra-se estruturada com os seguintes tópicos: Teoria dos Registros de Representação Semiótica, currículo para o ensino de função polinomial de 1º grau, aspectos metodológicos, discussão dos resultados e as considerações finais.

2 Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Para a realização desse estudo, destaca-se uma reflexão teórica acerca da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e o papel dos registros de representação semiótica na compreensão dos conhecimentos matemáticos.

De acordo com Duval (2012, p. 268), o ato de representar um objeto matemático pode se dar por diversas formas: “Uma escrita, uma notação, um símbolo representam um objeto matemático: um número, uma função, um vetor... Do mesmo modo, os traçados e figuras representam objetos matemáticos: um segmento, um ponto, um círculo”, logo, um objeto matemático pode ter várias representações semióticas.

Diferente dos objetos ditos “reais/físicos”, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, por isso, é necessário representá-los, entretanto, Duval (2012) ressalta que um objeto jamais deve ser confundido com sua representação.

Nesse sentido, é importante não se restringir ao uso de um único registro semiótico para representar um objeto matemático, pois, adotar somente uma via não garante a aprendizagem. Utilizar um único registro de representação no momento do ensino fará com que essa representação seja considerada de fato o objeto matemático, o que não deve ocorrer (Flores, 2006).

A partir da perspectiva de um objeto matemático e sua representação, tem-se um paradoxo cognitivo do pensamento matemático:

de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível (Duval, 2012, p. 268).

Duval (2012) discorre que as representações mentais estão ligadas ao conceito do objeto matemático, ou seja, referem-se às conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, uma situação e o que lhe é associado. Já as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento” (Duval, 2012, p. 269), por exemplo, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico e uma figura geométrica são representações semióticas que possuem diferentes sistemas semióticos.

De modo geral, pode-se considerar que as representações semióticas são um meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, isso possibilita que o estudo da matemática se dê de maneira mais acessível a partir de sua visualização.

Para a compreensão da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Duval (2012, p. 270) divide em duas abordagens ligadas à “semiose” e à “noesis”. Chama-se: “‘semiose’ a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e ‘noesis’ a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose”.

A partir desses aspectos, são abordados dois tópicos que contribuem para o estudo da temática, “a semiose e os registros de representação” e a “noesis e a coordenação de registros de representação”.

No que se refere à semiose e os registros de representação, Duval (2012) discorre que para que o sistema semiótico possa ser considerado um registro de representação, deve admitir as três atividades cognitivas fundamentais que estão ligadas à semiose, elas são:

A formação de uma representação identificável: de acordo com Duval (2012), essa atividade cognitiva diz respeito à forma de representação de um registro dado, que pode ser: uma frase que enuncia uma questão (compreensível na língua natural utilizada), a composição de um texto, elaborações de esquemas, expressões algébricas para enunciar uma fórmula, desenho de uma figura geométrica, dentre outras possibilidades.

Tratamento: conforme Duval (2012), o tratamento de uma representação consiste na manipulação dessa representação no mesmo registro em que ela foi desenvolvida, como, por exemplo, a paráfrase e a inferência que são formas de tratamento na linguagem natural.

Conversão: segundo Duval (2012), a conversão de uma representação diz respeito à passagem desta função em uma interpretação em um outro registro, ou seja, é conversão de um registro para outro sistema semiótico de representação, em que se conserva a totalidade ou parte do conteúdo que foi dado na representação inicial.

Duval (2012) salienta que a conversão é uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento, como exemplo dessa distinção, destaca-se o cálculo aritmético, em que os alunos podem, sem problema algum, efetuar a adição de dois números tanto na forma decimal, quanto na forma fracionária, e não pensar em executar a conversão entre registros.

De modo geral, o aluno pode saber efetuar o tratamento de representações, mas não saber como convertê-las em outro registro. Tal exemplo possibilita explicar a razão de muitos alunos chegarem ao ensino médio sem saber calcular, “é esquecer que a expressão decimal, a expressão fracionária e a expressão com expoente constituem três registros diferentes de representação de números” (Duval, 2012, p. 273).

Em relação a abordagem da noesis e a coordenação de registros de representação, Duval (2012, p. 278) levanta o seguinte questionamento: “a que corresponde a existência de muitos registros de representação e qual é o interesse de sua coordenação para o funcionamento do pensamento humano?”. Dessa forma, o autor segmenta em três respostas que não se excluem, mas que estão situadas em níveis de descrição diferentes da atividade cognitiva.

Primeira resposta: está relacionada à *economia de tratamento* e sustenta-se a partir de uma situação de descrição superficial.

A existência de diversos registros de representação viabiliza a realização de tratamentos de uma forma mais econômica e potencializada. Nesse sentido, a primeira resposta pode ser “estendida a outros tratamentos: as relações entre objetos podem ser representadas de maneira mais rápida e mais simples para compreender por fórmulas literais do que por frases” (Duval, 2012, p. 279).

Segunda resposta: refere-se a um aspecto mais semiótico, que é a *complementaridade dos registros*.

Conforme explicita Duval (2012), nessa resposta supõe-se a comparação de diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Essa comparação necessita de uma análise tanto de aspectos que são levados em conta, quanto daqueles que não são em cada tipo de registro.

Terceira resposta: abrange que a *conceitualização implica na coordenação de registros de representação*.

De acordo com Duval (2012, p. 278), a terceira resposta não é imediatamente acessível, pois “ela supõe uma abordagem desenvolvimentista da atividade cognitiva nas disciplinas em que o recurso a uma pluralidade de registros é fundamental”.

Além disso, o autor supõe que sejam adotados, durante o estudo das aquisições, alguns critérios de “maturidade” (como a rapidez de tratamento, espontaneidade das

conversões, potência das transferências), no lugar de simples critérios de êxitos (como a obtenção de uma “boa” resposta).

Dessa forma, são levadas em consideração duas hipóteses, conforme explicita Duval (2012, p. 280-281), a saber:

Hipótese 1: “se o registro de representação é bem escolhido, as representações deste registro são suficientes para permitir a compreensão do conteúdo conceitual representado”.

Hipótese 2: “A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão”.

Diante das abordagens feitas, tem-se que a mobilização de diversos registros de representação semiótica é uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações, mas que também possam ser reconhecidos em cada uma de suas representações. É a partir dessas duas condições que uma representação dá, verdadeiramente, acesso ao objeto representado (Duval, 2012).

O estudo acerca dos registros de representação semiótica é um importante instrumento de pesquisa, pois, permite a análise das complexidades da aprendizagem em matemática. Esse campo de estudo também contribui para reflexões sobre “o papel primordial, o funcionamento e a constituição de um sistema de representação que rege a construção dos saberes” (Flores, 2006, p. 3).

3 Currículo para o ensino de função polinomial de 1º grau

Para a abordagem desse tópico, segue-se as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o do Documento Curricular do Estado do Pará (DCEPA).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio referem-se a uma proposta que se relaciona com as competências indicadas na Base Nacional Comum referente as áreas de Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias.

No que tange aos conhecimentos de matemática, os PCN's indicam que a matemática possui um papel formativo que contribui para o desenvolvimento dos processos de pensamentos e a aquisição de atitudes. Além disso, há indicações nas competências e habilidades para se trabalhar representações e comunicação de um objeto matemático, destacando-se o tópico de “Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas,

gráficos, expressões, etc.)”, que está associado aos estudos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Brasil, 1998).

Em relação ao conteúdo de funções, os PCN’s indicam que os estudos sobre o conceito de função desempenham um papel importante para “descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia” (Brasil, 1998, p. 43-44).

No que se refere a Base Nacional Comum Curricular, é entendida como um documento que tem caráter normativo e define o conjunto “orgânico e progressivo” de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, isso assegura aos alunos os direitos de aprendizagem e desenvolvimento que são apontados no Plano Nacional de Educação (PNE) (Brasil, 2017).

Na BNCC do Ensino Médio, a área de Matemática e suas Tecnologias está organizada em cinco competências específicas, sendo composta por habilidades referentes a diversos conteúdos matemáticos. Em relação ao conteúdo de funções polinomiais de 1º grau, destaca-se a competência específica 4 e sua respectiva habilidade, como mostrado no Quadro 1.

Quadro 1 – Funções Polinomiais de 1º Grau na BNCC

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES
CE3: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais
CE4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.	(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica
CE5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

	representação é de função polinomial de 1º grau; (EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
--	--

Fonte: Brasil (2017, p. 528 – 533)

A competência e habilidade acima, alinha-se com o foco da pesquisa por abordar a conversão de diversos registros de representação matemática. As habilidades relacionadas a essa competência sugerem a utilização de diferentes representações para um mesmo objeto matemático, uma vez que possuem um papel decisivo no processo de aprendizagem dos estudantes (Brasil, 2017).

Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar (Brasil, 2017, p. 530).

Dessa forma, a BNCC propõe que para a aprendizagem dos conceitos e procedimentos matemáticos, deve-se trabalhar, quando possível, ao menos dois tipos de registros de representação de um objeto matemático, assim como ocorre na abordagem da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2012).

Nesse sentido, os estudantes precisam ser capazes de escolher qual tipo de representação é mais conveniente utilizar em cada situação, bem como mobilizações simultâneas e a conversão de registros, por isso a importância de mobilizar ao menos dois tipos de registros (Brasil, 2017).

Quanto às orientações do Documento Curricular do Estado do Pará, em sua versão preliminar, é apresentada uma proposta curricular alinhada aos desafios do “Novo Ensino Médio”, sendo sua organização baseada em três pilares estruturantes: a) necessidade de implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC); b) necessidade de flexibilização curricular, por meio de Itinerários Formativos; e c) a ampliação da Carga Horária mínima do ensino médio para 3.000 horas (Pará, 2021).

Na área de Matemática e suas Tecnologias, o DCEPA propõe um quadro organizador curricular composto por competências específicas, habilidades e objeto conhecimento.

Assim, as orientações relacionadas ao conteúdo de funções polinomiais de 1º grau estão dispostas no Quadro 2, a seguir.

Quadro 2 – Funções Polinomiais de 1º Grau no DCEPA.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS	HABILIDADES	OBJETOS DE CONHECIMENTO
CE5: Competência Específica 5	(EM1MAT501)	Função linear e proporcionalidade.
CE4: Competência Específica 4	(EM1MAT401)	Função afim e suas representações.
CE3: Competência Específica 3	(EM1MAT302)	Função afim e quadrática e suas aplicações.
CE4: Competência Específica 4	(EM1MAT507)	Progressões aritméticas e suas relações com a função afim.

Fonte: Pará (2021, p. 235-236)

Observa-se no quadro 3 acima que as propostas do DCEPA estão diretamente alinhadas com a BNCC, o diferencial é que o DCEPA delimita também os objetos de conhecimento para cada competência e habilidade, o que pode contribuir para organizar os tópicos que serão ministrados pelo docente em sala de aula.

Além disso, é possível verificar novamente, nas orientações do DCEPA, a proposição da competência específica 4 da BNCC, que está relacionada à abordagem de diversos registros de representação matemática, em que o objeto de conhecimento é “Função afim e suas representações”.

Conforme disposto nas propostas da Base Nacional Comum curricular (BNCC), os estudantes da Educação Básica devem estudar tópicos de álgebra ao decorrer de todo o Ensino Fundamental e a construção desses conhecimentos devem ocorrer de forma gradativa e complementar.

Diante do levantamento feito, pode-se ressaltar que o conteúdo de função polinomial de 1º grau e suas representações estão indicadas nos documentos curriculares orientados para o ensino básico.

No tópico a seguir, destaca-se os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa.

4 Procedimentos metodológicos

A pesquisa aqui relatada foi de abordagem qualitativa e corresponde à fase das análises preliminares da Engenharia Didática de Artigue (1996), que é voltada aos levantamentos e análises iniciais da pesquisa.

Assim, tem-se que a pesquisa foi efetuada em uma escola estadual de ensino médio localizada no município de Igarapé-Açu/ PA no dia 25/04/2023. O público alvo foram 28 alunos da 1ª série do ensino médio que estudavam no período vespertino.

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

Dessa forma, a primeira etapa foi destinada a escolha da escola e levantamento das características das turmas, sendo escolhida a turma da 1ª série do ensino médio, uma vez que o professor de matemática da turma informou que eles já tinham estudado o conteúdo de função polinomial de 1º grau e estavam aptos para à aplicação de uma atividade diagnóstica sobre o objeto matemático.

A segunda etapa da pesquisa foi destinada a elaboração de uma atividade diagnóstica sobre o conteúdo de função polinomial de 1º grau fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Assim, elaborou-se cinco questões dissertativas, em folha única, que envolveram o conceito do objeto matemático a partir de quatro representações distintas: linguagem natural, tabular, algébrica e gráfica, com o intuito de verificar os conhecimentos, as representações e as possíveis dificuldades dos estudantes no entendimento do conceito de função polinomial de 1º grau.

Com a atividade já pronta, a terceira etapa consistiu na entrega de um ofício à escola para que o diretor autorizasse a execução da pesquisa. Após o aval positivo, também foi entregue aos alunos um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, em que foram explicadas as etapas e fins da pesquisa, para que os pais assinassem e autorizassem suas participações.

A quarta etapa foi destinada a aplicação da atividade diagnóstica, planejadas para 2 horários de aula de 45 minutos, com início às 13h30min e término às 15h. Entretanto, os estudantes levaram menos tempo do que o previsto para finalizar as questões da atividade, pois, o último aluno entregou a atividade às 14h10min.

Em relação às orientações durante a atividade, a atividade foi individual, sem consultas ao caderno, livros e internet e foi orientado que os discentes tentassem responder todas as questões com base em conhecimentos prévios, com a total liberdade para expressarem suas resoluções e justificativas. Também foi orientado que eles podiam usar apenas o verso da folha de atividade como rascunho, para que pudesse ser obtido o máximo de informações sobre a resolução de cada aluno.

A quinta e última etapa correspondeu à uma análise qualitativa da atividade, em que foi observado todo o desenvolvimento dos estudantes durante a resolução das questões, sendo verificado as representações do objeto que possuem mais facilidade, as que possuem mais dificuldade e suas possíveis causas.

A seguir, apresenta-se na Imagem 1 as questões elaboradas e aplicadas nessa pesquisa.

Imagem 1 – Questões aplicadas como fonte de pesquisa

Questão 1: O funcionário de uma loja tem o salário fixo mensal de 1.500 reais e, além disso, ganha uma comissão de 50 reais a cada venda feita. Com base nisso, responda os itens a seguir:

- Monte a lei de formação que expressa a situação acima:
- Se o funcionário fez 6 vendas durante o mês, quanto ele recebeu ao final do mês? Comente seu raciocínio.
- Se o funcionário recebeu 1.900 reais ao final do mês, quantas vendas ele fez durante o mês? Explique sua resposta.

Questão 2: Uma padaria vende um sanduíche a 7 reais, com base nessa informação, complete a tabela abaixo sobre Quantidade (Q) e Preço (P) de Sanduíches e responda as questões abaixo.

Quantidade	1	2	3	4
Preço (R\$)				

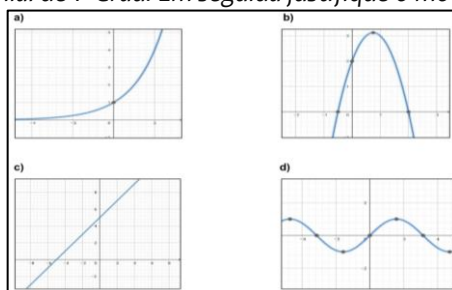
- Quais as variáveis envolvidas na situação apresentada?
- O preço a ser pago pelos sanduíches depende da quantidade? Explique sua resposta?
- Qual a relação matemática que representa o preço a ser pago pela quantidade de sanduíches?

Questão 3: Sabendo que a lei de formação de uma Função Polinomial de 1º Grau é dada por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $y = ax + b$, com a e $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, responda os itens abaixo:

- Indique qual é a variável independente da função: ____
- Indique qual é a variável dependente da função: ____
- Indique qual é o coeficiente angular da função: ____
- Indique qual é o coeficiente linear da função: ____

Questão 4: Considere que exista uma função Polinomial de 1º Grau em que seu coeficiente angular é igual a 2 e seu coeficiente linear é igual a 4. Sabendo disso, represente essa função a partir de sua lei de formação.

Questão 5: Observe os gráficos nos itens abaixo e identifique (marcando com um x) o gráfico que representa uma Função Polinomial de 1º Grau. Em seguida justifique o motivo do item marcado.



Fonte: Elaborado pelos autores (2023)

No próximo tópico são mostrados os resultados obtidos na pesquisa, com destaque para certas respostas, que de um certo ponto de vista, podem contribuir para alcançar o objetivo estabelecido.

5 Descrição e análise dos resultados

A descrição e a análise dos resultados foram realizadas por meio da exploração dos dados obtidos com o protocolo de pesquisa respondido pelos alunos durante a resolução da atividade.

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

Como já mencionado, a atividade diagnóstica aplicada foi composta por cinco questões dissertativas, dispostas juntas em folha única, como mostrado na Imagem 1, sobre função polinomial de 1º grau. Vale ressaltar que os estudantes já haviam estudado o conteúdo matemático no ensino fundamental.

Assim, para uma análise mais detalhada, é disposta, no Quadro 3 abaixo, a tabulação dos dados coletados na atividade diagnóstica, em seguida cada questão é considerada individualmente, conforme o tipo de representação matemática.

Quadro 3 – Tabulação dos dados

	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Acertou tudo	11	3	0	0	5
Acertou a maioria	6	16	0	0	0
Acertou a minoria	4	5	0	0	0
Errou tudo	7	2	22	24	14
Em branco	0	2	6	4	9

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Para iniciar a atividade, foi proposta uma questão que envolve a representação de uma função polinomial de 1º grau em linguagem natural, acerca do salário de um funcionário de uma loja. O objetivo foi verificar a habilidade dos alunos em identificar uma função polinomial de 1º grau a partir de sua representação em linguagem natural. Os estudantes poderiam resolver a situação a partir de conhecimentos intuitivos e, se possível, relacionar com o conteúdo de função já estudado nas séries anteriores.

A seguir, destaca-se, nas Imagens 2 e 3, a resolução de dois alunos (A e B) que adotaram o mesmo raciocínio em suas respostas.

Imagem 2 – Resolução do aluno A para questão 1

Questão 1 – O funcionário de uma loja tem o salário fixo mensal de 1.500 reais e, além disso, ganha uma comissão de 50 reais a cada venda feita. Com base nisso, responda os itens a seguir:

a) Monte a lei de formação que expressa a situação acima:

R: $f(x) = 500x + 1500$ onde x é o número de vendas feitas no mês.

b) Se o funcionário fez 6 vendas durante o mês, quanto ele recebeu ao final do mês? Comente seu raciocínio.

R: Se ele recebe 1500 e faz 6 vendas de 50 reais cada, então ele recebe 1800 reais no final do mês.

c) Se o funcionário recebeu 1.900 reais ao final do mês, quantas vendas ele fez durante o mês? Explique sua resposta.

R: 8 vendas já que cada uma é 50 reais.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Imagem 3 – Resolução do aluno B para questão 1

Questão 1 – O funcionário de uma loja tem o salário fixo mensal de 1.500 reais e, além disso, ganha uma comissão de 50 reais a cada venda feita. Com base nisso, responda os itens a seguir:

a) Monte a lei de formação que expressa a situação acima:

R: $1.500 + 50x$

b) Se o funcionário fez 6 vendas durante o mês, quanto ele recebeu ao final do mês? Comente seu raciocínio.

R: 1.800 reais

c) Se o funcionário recebeu 1.900 reais ao final do mês, quantas vendas ele fez durante o mês? Explique sua resposta.

R: Ele fez 8 vendas durante o mês.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Como resultado, foi observado que a maioria dos alunos apresenta um raciocínio semelhante na resolução da questão e eles obtiveram um bom desempenho, pois, acredita-se que é um conhecimento matemático que pode estar mais próximo de suas realidades, uma vez que se trata de dinheiro e está expresso em linguagem natural. Nesse sentido, Gomes (2017) salienta que a abordagem da função polinomial de 1º grau em situações práticas, como a utilização da linguagem natural, contribui para que os alunos consigam compreender e desenvolver as relações necessárias entre a ideia matemática de função polinomial de 1º grau e a busca pelo resultado correto, já que muitas vezes conseguem alcançar o objetivo de ensino.

Ao observar as resoluções acima, pode-se notar que os alunos interpretaram, compreenderam e responderam à questão corretamente. Entretanto, nenhum dos dois fez uso da linguagem algébrica para montar a lei de formação da situação apresentada. O aluno A mesclou sua resposta fazendo uso da linguagem aritmética e natural, enquanto o aluno B, de forma sucinta, utilizou mais da linguagem aritmética, mas ambos com noções favoráveis para se trabalharem os conceitos algébricos de função.

Assim, estima-se que os estudantes estão com um desempenho adequado em relação aos conceitos aritméticos, pois, apesar de não introduzirem noções algébricas para resolverem a questão, conseguiram apresentar resoluções satisfatórias ao utilizar a linguagem aritmética.

Diante disso, considera-se relevante a possibilidade de trabalhar a linguagem natural nas questões iniciais das atividades de uma sequência didática, pois, os alunos podem ter um melhor entendimento e auxílio para desenvolver seu pensamento matemático ao decorrer das atividades.

Na segunda questão, é proposta uma situação em que linguagem também fosse, de certo modo, familiar para os estudantes, a qual é a representação tabular de uma função

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

polinomial de 1º grau. O objetivo da questão foi verificar a habilidade dos alunos em identificar uma função polinomial de 1º grau a partir de sua representação em linguagem tabular. Assim, a partir da experiência da questão anterior, da tabela proposta e das indagações, os alunos poderiam perceber que a questão está relacionada a uma função.

As Imagens 4 e 5 apresentam a resolução dos alunos C e D para a referida questão.

Imagem 4 – Resolução do aluno C para questão 2

Questão 2 – uma padaria vende um sanduíche a 7 reais, com base nessa informação, complete a tabela abaixo sobre Quantidade (Q) e Preço (P) de Sanduíches e responda as questões abaixo.

Quantidade	1	2	3	4
Preço (R\$)	7	14	21	28

a) Quais as variáveis envolvidas na situação apresentada?

R: 1, 2, 3, 4

b) O preço a ser pago pelos sanduíches depende da quantidade? Explique sua resposta?

R: Sim, porque quanto for a maior quantidade de sanduíches aumenta o preço

c) Qual a relação matemática que representa o preço a ser pago pela quantidade de sanduíches?

R: Eu não consegui interpretar a questão.

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Imagem 5 – Resolução do aluno D para questão 2

Questão 2 – uma padaria vende um sanduíche a 7 reais, com base nessa informação, complete a tabela abaixo sobre Quantidade (Q) e Preço (P) de Sanduíches e responda as questões abaixo.

Quantidade	1	2	3	4
Preço (R\$)	7	14	21	28

a) Quais as variáveis envolvidas na situação apresentada?

R: Q de quantidade e P de preço, ou a multiplicação

b) O preço a ser pago pelos sanduíches depende da quantidade? Explique sua resposta?

R: Sim, pois sem a quantidade como multiplicar o preço

c) Qual a relação matemática que representa o preço a ser pago pela quantidade de sanduíches?

R: A multiplicação, pois sempre vai ser o mesmo conforme a quantidade

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Como resultado, foi observado que nessa questão a maioria dos estudantes conseguiu preencher a tabela corretamente, contudo, vários alunos tiveram dificuldade em compreender o que se pedia nos itens, acredita-se que o fator motivador para isso foi a introdução de conceitos mais técnicos, como variáveis e relação matemática, o que vai ao encontro do que Lago (2018) discorre em suas análises diagnósticas, isto é, de que essas dificuldades na compreensão do conceito de variável e em expressar relações generalizadas podem ocorrer pelo fato dos alunos não perceberem a necessidade de tal generalização. Além disso, também foi possível obter respostas interessantes que vão ao encontro dos conceitos almejados, mas que ainda precisam ser lapidadas.

Na Imagem 4, pode-se perceber que o aluno C conseguiu preencher a tabela corretamente e entender que o preço a ser pago depende da quantidade de sanduíches (item b), mas não conseguiu entender quais são as variáveis envolvidas na questão (item a) e nem

estabelecer uma relação matemática entre o preço a ser pago e a quantidade de sanduíches. Considera-se que essa dificuldade decorreu por não terem aprendido ou lembrado dos conceitos ensinados nas séries anteriores.

Já na Imagem 5 acima, é possível verificar que o aluno D apresentou um bom desempenho na resolução da questão, pois, conseguiu preencher a tabela corretamente, entender quais as variáveis envolvidas na questão (item a) e que o preço a ser pago depende da quantidade de sanduíches (item b). No item c, foi apresentada uma resposta satisfatória, de fato, a relação matemática proposta envolve a multiplicação, visto que o preço a ser pago é 7 vezes a quantidade de sanduíches.

Diante desses aspectos, observa-se que de modo geral, a maioria dos alunos sentiu dificuldade nos itens que requerem um conhecimento mais específico de função, como variáveis e relação matemática, mas conseguiram completar a tabela e entender a relação de dependência. Assim, considera-se a linguagem tabular aliada à linguagem natural, o que pode ser relevante em uma sequência didática almejada como uma das abordagens iniciais, pois, ao mesmo tempo que introduz termos mais técnicos, também possui uma linguagem favorável para compreensão e interpretação.

Na terceira questão é exposta a lei de formação da função para os estudantes indicarem as variáveis e coeficientes associados. O objetivo da questão foi verificar a habilidade dos alunos em identificar uma função polinomial de 1º grau a partir de sua representação em linguagem algébrica. Assim, para que os alunos pudessem resolver, eles precisariam recordar os conceitos de função polinomial de 1º grau e não mais resolver de forma intuitiva como nas questões anteriores.

A Imagem 6 abaixo apresenta a resolução do aluno E para a terceira questão.

Imagem 6 – Resolução do aluno E para questão 3

Questão 3 – Sabendo que a lei de formação de uma Função Polinomial de 1º Grau é dada por $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $y = ax + b$, com a e $b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, responda os itens abaixo:

a) Indique qual é a variável independente da função: x

b) Indique qual é a variável dependente da função: ax+b

c) Indique qual é o coeficiente angular da função: 0

d) Indique qual é o coeficiente linear da função: a

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Como resultado, foi observado que nenhum aluno acertou essa questão, mesmo sendo exposta a definição da lei de formação da função polinomial de 1º grau em linguagem

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

algébrica. Acredita-se que essa dificuldade se deve justamente por envolver uma matemática mais específica do conteúdo, em que somente os conhecimentos intuitivos e empíricos não são suficientes para alcançar a resolução. Nesse sentido, Lima (2014) ressalta que os conteúdos relacionados à álgebra muitas vezes são abordados somente em aplicações algorítmicas, o que pode dificultar a aprendizagem do conteúdo envolvido.

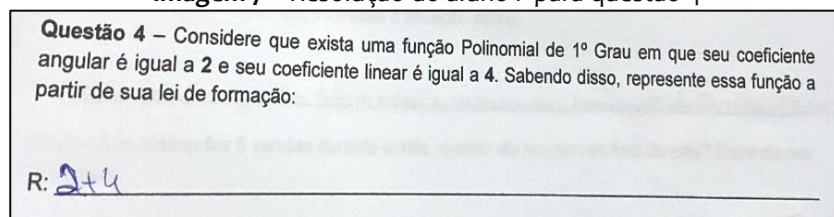
Observando a Imagem 6, é possível perceber que o estudante esboçou compreensão em relação aos conceitos de variáveis e coeficientes da função polinomial de 1º grau, já que é perceptível que a resolução se deu apenas com dados presentes no enunciado de forma aleatória.

Diante disso, é notória a dificuldade dos estudantes quando envolve conceitos específicos do conteúdo de função polinomial de 1º grau, que normalmente requerem o entendimento dos conhecimentos algébricos. Por isso, é uma abordagem que deve ser trabalhada cuidadosamente durante a elaboração de uma sequência didática.

A quarta questão é complementar e está diretamente ligada ao entendimento da questão anterior, em que é abordada a representação da função polinomial de 1º grau em sua linguagem algébrica. Seu objetivo foi verificar a habilidade de identificar os elementos de uma função a partir da representação algébrica. Dessa forma, para que os estudantes pudessem resolver, eles deveriam considerar a lei de formação dada na terceira questão e entender o significado dos conceitos de coeficientes e variáveis para expressar a função que se pede.

Veja a resolução do aluno F na Imagem 7 abaixo.

Imagem 7 – Resolução do aluno F para questão 4



Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Como resultado, tem-se que nenhum aluno conseguiu resolver corretamente a questão, acredita-se que isso ocorreu pelo não entendimento relacionado à representação algébrica da lei de formação da função polinomial de 1º grau e de seus coeficientes, o que vai ao encontro do diagnóstico efetuado por Gomes (2017), que verificou que os estudantes

apresentaram diversas dificuldades em trabalhar corretamente com os valores dos coeficientes da função polinomial de 1º grau.

Análoga a resolução da terceira questão, é possível observar que na Imagem 7 acima, o estudante não entendeu os conceitos de variáveis da função polinomial de 1º grau, pois, respondeu apenas com a soma dos dados numéricos presentes no enunciado, o que não o fez chegar na representação correta.

Aqui novamente é observada a dificuldade dos estudantes, sobretudo quando envolve conceitos específicos do conteúdo de função polinomial de 1º grau e da manipulação da linguagem algébrica. Por isso, ressalta-se a importância de se trabalhar essa linguagem em uma sequência didática.

Para finalizar a atividade, é proposta uma questão que envolve a representação gráfica de uma função polinomial de 1º grau. Aqui, o objetivo foi verificar a habilidade dos alunos em identificar uma função polinomial de 1º grau a partir de sua representação em linguagem geométrica (gráfica). Para resolvê-la, os estudantes precisariam recordar que o gráfico da função polinomial de 1º grau é representado sempre por uma reta, por isso, é pedido para justificarem o motivo de suas escolhas ao marcar uma alternativa.

Veja a resolução do aluno G na Imagem 8 a seguir.

Imagem 8 – Resolução do aluno G para questão 5

Questão 5 – Observe os gráficos nos itens abaixo e identifique (marcando com um x) o gráfico que representa uma Função Polinomial de 1º Grau. Em seguida justifique o motivo do item marcado:

a)

b)

c)

d)

Justifique sua escolha: *porque grafico pilla baixissimo e pelo fato de ser 1º grau faz um pouco de sentido*

Fonte: Protocolo de pesquisa (2023)

Como resultado, foi observado que nessa questão cinco estudantes marcaram a alternativa correta, mas não justificou sua escolha, enquanto o restante da turma marcou incorretamente. Considera-se aqui a dificuldade dos estudantes em identificar a representação gráfica de uma função polinomial de 1º grau. Isso pode ocorrer, de acordo com Lago (2018, p. 53 - 54), devido às dificuldades apresentadas pelos alunos ao estudo dos gráficos de funções polinomiais não estarem “relacionadas diretamente ao cálculo dos

elementos necessários a tal construção, mas a compreensão da representação desses elementos no plano cartesiano e no comportamento de cada curva em seus diversos intervalos”.

Ao analisar a Imagem 8, pode-se observar que o estudante não conseguiu identificar a representação da função polinomial de 1º grau na linguagem geométrica (gráfica), pois, marcou a representação de outra função e não apresentou uma justificativa que vai ao encontro do item marcado.

Dessa forma, considera-se que os estudantes não compreenderam a representação gráfica da função e isso é um ponto importante que deve ser trabalhado durante a produção de uma sequência didática sobre função polinomial de 1º grau.

6 Considerações finais

Como já exposto, o presente estudo se debruçou a partir a seguinte questão problema: quais as principais dificuldades que os alunos possuem em relação ao conteúdo de função polinomial de 1º grau sob as perspectivas da Teoria dos Registros de representação Semiótica? Para responde-la, objetivou-se verificar o conhecimento de estudantes da 1ª série do ensino médio no que se refere as representações da função polinomial de 1º grau.

Nesse sentido, considera-se que a questão problema foi respondida, pois, foi possível alcançar o objetivo por meio da verificação do conhecimento dos estudantes sobre o objeto matemático e elencar suas principais dificuldades

Como resultado da aplicação da atividade diagnóstica, observou-se que a maioria dos estudantes apresenta dificuldades na resolução de questões que envolvem representações em linguagem algébrica e gráfica, contudo, tiveram mais facilidade ao se deparar com as representações em linguagem natural e tabular.

Assim, a estrutura de abordagem de representações do objeto matemático foi de acordo com as previsões, pois os alunos tiveram mais facilidade na resolução de questões que envolvem as representações em linguagem natural e tabular, já que estão relacionadas a conhecimentos mais intuitivos e empíricos, enquanto apresentaram mais dificuldades na resolução de questões que envolvem representações em linguagem a algébrica e geométrica (gráfica), devido envolver conhecimentos e conteúdo mais específicos da matemática.

Assim, ressalta-se a importância da Teoria Dos Registros De Representação Semiótica de Duval (2012), devido abordar suas várias representações, o tratamento das informações e

as conversões de um registro para o outro. Isso possibilita que a apreensão conceitual do conteúdo seja dada de forma integral, bem como significa que um objeto deixa de ser confundido como uma única representação e passa a ser compreendido em sua totalidade.

A partir dos resultados obtidos no estudo, considera-se relevante a construção de uma Sequência Didática como perspectiva futura para trabalhar as representações supramencionadas e possibilitar aos alunos o domínio do objeto matemático em suas diferentes representações e viabilizar sua aprendizagem.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf>. Acesso em: 14/09/2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Ensino Médio - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/SEM, 1998.

COSTA, Acylena; BITTENCOURT, Rodrigo; FERNANDES, Felipe. Análise de erros em questões sobre função afim. **ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6771_3608_ID.pdf. Acesso em: 10/08/2022.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT: Revista Eletrônica de matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/25344/>. Acesso em: 15/08/2022.

FLORES, Cláudia Regina. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Boletim de Educação Matemática**, v. 19, n. 26, p. 1-22, 2006. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221866005.pdf>. Acesso em: 22/08/2022.

GOMES, Gabriel dos Santos Souza. **A função afim através da Resolução de Problemas: um estudo de caso analisando os Registros de Representação Semiótica**. 2017. 140 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM), Universidade Estadual da Paraíba, 2017.

LAGO, Willanickson Jacksemuller Santos. **As contribuições dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da função afim: um experimento com alunos do 1º ano do Ensino Médio do Instituto Federal do Maranhão/IFMA - Campus Avançado Rosário**. 2018. 83 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação de Mestrado

Diagnóstico do conhecimento discente sobre função polinomial de 1º grau a partir da teoria dos registros de representação semiótica

Profissional em Matemática/PROFMAT), Universidade Estadual do Maranhão, 2018.
Disponível em: <https://repositorio.uema.br/handle/123456789/780>. Acesso em: 10/06/2023.

LIMA, Rivaneide. **Dificuldades dos alunos no estudo da função afim**. 2014. 124 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática do Centro de Ciências Exatas e Naturais), Universidade Regional de Blumenau, 2014. Disponível em: https://bu.furb.br/docs/DS/2015/360434_1_1.pdf. Acesso em: 25/06/2022.

PARÁ. **Documento Curricular do Estado do Pará**. Etapa Ensino Médio: volume II. Belém: SEDUC-PA, 2021.

Sobre os Autores

Emily da Costa Madeira

Mestranda em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA. Especialista em Matemática, Suas Tecnologias e Mundo do Trabalho pela Universidade Federal do Piauí – UFPI. Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA. E-mail: emilycosta33@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0009-0009-1936-2929>

Acylena Coelho Costa

Doutora e Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. Licenciada em Matemática pela Universidade do Estado do Pará – UEPA. Atualmente é Diretora de Apoio a Extensão/PROEX/UEPA. Tem experiência na área da Educação Matemática e lidera o grupo de pesquisa de Didática da Matemática e Educação Matemática da UEPA. E-mail: acylena@uepa.br Orcid: <https://orcid.org/0009-0001-2364-2992>.

Recebido em: 22/10/2024

Aceito para publicação em: 21/11/2024