

**Uma proposta baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino da
proporcionalidade a partir de um problema do SPAECE**

*A proposal based on the Theory of Didactic Situations for teaching proportionality based on a
SPAECE problem*

Emanuela Moura de Melo Castro
Daniel Brandão Menezes
Francisco Herbert Lima Vasconcelos
Universidade Federal do Ceará (UFC)
Fortaleza-Brasil

Resumo

Este artigo, que é um recorte de uma dissertação em andamento, apresenta uma Situação Didática (SD) para o ensino da proporcionalidade, a partir de uma questão adaptada do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE). A SD se fundamenta na Teoria das Situações Didáticas (TSD). A Engenharia Didática (ED) é utilizada como metodologia de pesquisa, limitando-se às duas primeiras etapas, análises preliminares e análises *a priori*. Na primeira etapa, estudou-se a proporcionalidade na história da matemática e identificou-se entraves no processo de ensino desse conceito. Na segunda etapa, elaborou-se uma SD que envolve a proporcionalidade e que utiliza o software Modellus para dar visualização e representação a um problema do SPAECE. Tem-se, como perspectiva, que a aplicação da SD em sala de aula pode contribuir para uma melhor compreensão da proporcionalidade, pois utiliza as tecnologias digitais como suporte na visualização e uma metodologia de ensino diferenciada.

Palavras-chave: Proporcionalidade; Teoria das Situações Didáticas; Tecnologias Digitais.

Abstract

This article, which is an excerpt from an ongoing dissertation, presents a Didactic Situation (SD) for teaching proportionality, based on a question adapted from the Ceará Permanent Basic Education Assessment System (SPAECE). The SD is grounded in the Theory of Didactic Situations (TSD). The Didactic Engineering (ED) is used as a research methodology, and it is limited to the first two stages, which are preliminary analyses; and *a priori* analyses and conception of the didactic situation. In the first stage, the proportionality in the mathematics history was studied and obstacles in the teaching and learning process of this concept were identified. In the second stage, a SD was developed. The aforementioned SD involves proportionality and uses the Modellus software to visualize and represent a SPAECE problem. The perspective is that the application of DS in the classroom can contribute to a better understanding of proportionality, as it uses digital technologies to support visualization and a differentiated teaching methodology.

Keywords: Proportionality; Theory of Didactic Situations; Digital Technologies.

1. Introdução

A proporcionalidade é apresentada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como uma ideia fundamental, capaz de integrar os diversos campos da Matemática (Brasil, 2017). Diante disso, a BNCC apresenta variados objetos de conhecimento, organizados em unidades temáticas, que possuem relação com esse conceito. No último ano do Ensino Fundamental, por exemplo, sugere-se o estudo das grandezas direta e inversamente proporcionais e de funções, na unidade temática de álgebra; o estudo de porcentagens, na unidade temática de números; e o estudo de semelhança de triângulos, na unidade temática de geometria (Brasil, 2017).

O aluno que ainda não compreendeu a proporcionalidade acaba mostrando dificuldades para resolver problemas cotidianos, assim como entender assuntos considerados essenciais da matemática e das ciências, visto que muitos conceitos apresentam relação com esse conceito. A proporcionalidade, além de ser considerada uma ideia essencial para o pensamento crítico do estudante (Brasil, 2017), também é vista como um conceito que permite uma visão integradora da Matemática (Menduni-Bortoloti; Barbosa, 2018).

Resultados recentes de avaliações em larga escala, como a realizada pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e pelo Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), indicaram uma redução na proficiência média em Matemática dos estudantes da Educação Básica, e revelaram uma aprendizagem insuficiente nessa componente curricular (Brasil, 2022; Ceará, 2022a). Esses e outros resultados apontam para a necessidade de recomposição da aprendizagem dos estudantes, como sugerem Dias e Ramos (2022), quando consideram os impactos trazidos pelo contexto da pandemia, vivenciado em 2020 e 2021, para a aprendizagem dos estudantes.

Sendo assim, o presente artigo justifica-se pela importância da proporcionalidade para a aprendizagem da Matemática, e pela necessidade de estudos que auxiliem docentes em sua prática pedagógica, tendo em vista a predominância de um modelo de ensino que prioriza a memorização e reprodução de técnicas, em detrimento da valorização de metodologias que promovem a autonomia do estudante durante a construção do conhecimento (Quitembo, 2023).

Dessa forma, o objetivo deste artigo é apresentar uma Situação Didática (SD) para o ensino da proporcionalidade, direcionada, especialmente, para estudantes do último ano do

Ensino Fundamental. A SD utiliza o software Modellus como suporte na visualização e representação de uma questão do Boletim Pedagógico do SPAECE, que envolve o conteúdo de grandezas diretamente proporcionais.

A SD é fundamentada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), e se organiza pelos pressupostos da Engenharia Didática (ED), utilizada, neste estudo, como metodologia de pesquisa, restringindo-se, porém, às suas duas primeiras etapas, análise preliminar e análise *a priori*; e concepção da situação didática.

É importante ressaltar que este trabalho expõe um recorte de uma dissertação em desenvolvimento. Na próxima seção do artigo, apresenta-se a TSD, principal referencial teórico utilizado neste estudo.

2. Teoria das Situações Didáticas

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) foi desenvolvida pelo matemático e pesquisador francês Guy Brousseau. Caracterizada como um modelo teórico que fundamenta trabalhos em didática e a prática de docentes, a TSD possibilita o estudo de situações que propiciam saberes resultantes de interações entre o aluno, o professor e um ambiente de ensino (Silva; Almouloud, 2018).

A TSD tem como objeto central a SD, “na qual são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber” (Almouloud, 2007, p. 32). Para Brousseau (1986), um dispositivo deve ser introduzido nessas interações, permitindo que um indivíduo ensine um conhecimento e gerencie sua obtenção. Esse dispositivo é o *milieu*, que consiste no meio em que a SD é aplicada (Teixeira; Passos, 2013). Defende-se que o estudante aprende conforme se adapta a um meio de desequilíbrio, contradição e dificuldade, sendo que o saber é manifestado por novas soluções, advindas da adaptação com esse meio (Brousseau, 2008).

Segundo Pommer (2013, p. 17), “o *milieu* representa os vários recursos que permitem ao estudante interagir com o objetivo de vencer o jogo ou resolver a situação problema proposta, de modo a progredir em seus conhecimentos”. Nesse sentido, o *milieu* pode ser apresentado como uma situação problema, como um jogo, uma simulação, etc.

A TSD propõe que numa SD ocorra a vivência de quatro momentos: ação, formulação, validação e institucionalização. Na etapa de ação, O aluno interage com o meio, elaborando hipóteses e construindo estratégias que o permitam estabelecer a resolução do problema envolvido na situação didática. Na formulação o estudante troca informações com o *milieu* e interage com outros estudantes. Ele busca modificar a linguagem de uso habitual, contudo,

sem a obrigatoriedade da utilização da linguagem formal, a fim de comunicar seus feitos na etapa de ação (Teixeira; Passos, 2013).

Na etapa de validação o estudante busca persuadir os interlocutores, professor e demais alunos, sobre a veracidade de sua produção. Sendo assim, utilizam a linguagem matemática adequada. O professor possibilita que o aluno descubra, no entanto, sem manifestar seu objetivo didático, assumindo apenas o papel de mediador. Por fim, a institucionalização é a etapa que o professor revela sua intenção didática. O docente assume parte da responsabilidade dada aos estudantes, formalizando e generalizando as suas produções (Teixeira; Passos, 2013).

A seção seguinte apresenta o SPAECE, utilizada neste estudo como parâmetro de concepção da situação didática proposta.

3. O Sistema Permanente de Avaliação Básica do Ceará (SPAECE)

O Sistema Permanente de Educação Básica (SPAECE) é uma iniciativa da Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC). A partir dessa avaliação, a SEDUC assume a responsabilidade de tomar conhecimento e de examinar a aprendizagem básica, a fim de monitorar e formular ações que possibilitem aos professores, alunos, gestores, pais e especialistas acompanhar, efetivamente, os resultados escolares nos níveis fundamental e médio (Magalhães Júnior; Farias, 2016).

O SPAECE passou por várias modificações desde quando foi implementado, no ano de 1992, sendo institucionalizado no ano de 2000 através da Portaria nº 101, de 15 de fevereiro de 2000 (Ceará, 2000). Atualmente, o SPAECE avalia a aprendizagem de estudantes, nos componentes curriculares de Português e Matemática, que estão matriculados no 5º e no 9º ano do Ensino Fundamental; no 3º ano do Ensino Médio; e na Educação de Jovens e Adultos (EJA), fundamental e médio. Já o SPAECE – Alfa avalia alunos matriculados regularmente no 2º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais.

No SPAECE, os estudantes têm seu desempenho medido em uma escala, denominada escala de proficiência, que varia de 0 a 500. Na escala de proficiência de Matemática, é feita uma divisão em intervalos, classificando habilidades a serem avaliadas. Esses intervalos são chamados de padrões de desempenho e colocam os estudantes em categorias, de acordo com o desempenho na avaliação.

Os estudantes são avaliados a partir de questões que exploram descritores, relacionados às habilidades da matriz de referência do SPAECE. Dentre os descritores apresentados na matriz de referência do 9º ano, está o D18 que avalia a habilidade do estudante de “resolver situação problema envolvendo a variação proporcional entre grandezas direta ou inversamente proporcionais” (Ceará, 2022b, p. 48).

A SD proposta neste estudo foi construída para aplicação em sala de aula, visando o desenvolvimento da habilidade citada, tendo sua elaboração a partir da adaptação de um problema apresentado no Boletim Pedagógico do SPAECE.

4. Metodologia

A metodologia utilizada para desenvolver este estudo foi a Engenharia Didática (ED). A ED emergiu na França, na década de 80, da tendência conhecida por Didática da Matemática (DM) (Carneiro, 2009; Maia; Azevedo Neto, 2021). A ED é dividida em quatro etapas, denominadas: análises prévias; análise *a priori* e concepção da situação didática; experimentação e análise *a posteriori*; e validação (Artigue, 1995). Este estudo, porém, restringiu-se apenas às duas primeiras etapas.

Segundo Almouloud (2007, p.172), a primeira etapa da ED, análises preliminares, deve evidenciar três vertentes, sendo elas: (i) o estudo da organização matemática; (ii) a análise didática do objeto matemático; (iii) definição da(s) questão(ões) e hipóteses da pesquisa. No que concerne ao item (i), estudou-se a proporcionalidade na história da Matemática. Relativo ao item (ii), discutiu-se sobre ensino e aprendizagem da proporcionalidade na Educação Básica. Por fim, atinente ao item (iii), formulou-se duas hipóteses que, embora não sendo objeto de investigação neste trabalho teórico, podem ser utilizadas em estudos empíricos que envolvem a temática aqui abordada.

Na etapa de análise *a priori* e concepção da situação didática, elaborou-se uma SD para ser desenvolvida com estudantes, em especial do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, que envolve o conceito de proporcionalidade entre grandezas. A SD, embasada na TSD, utiliza o software Modellus como suporte na visualização e representação, esperando contribuir para um melhor entendimento da proporcionalidade pelo estudante. A seção a seguir descreve o desenvolvimento da primeira etapa da ED neste estudo.

5. Análises Preliminares

5.1 A proporcionalidade na história da Matemática

Uma proposta baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino da proporcionalidade a partir de um problema do SPAECE

O estudo da história da matemática é defendida por D'ambrosio (1996, p. 29), quando afirma que:

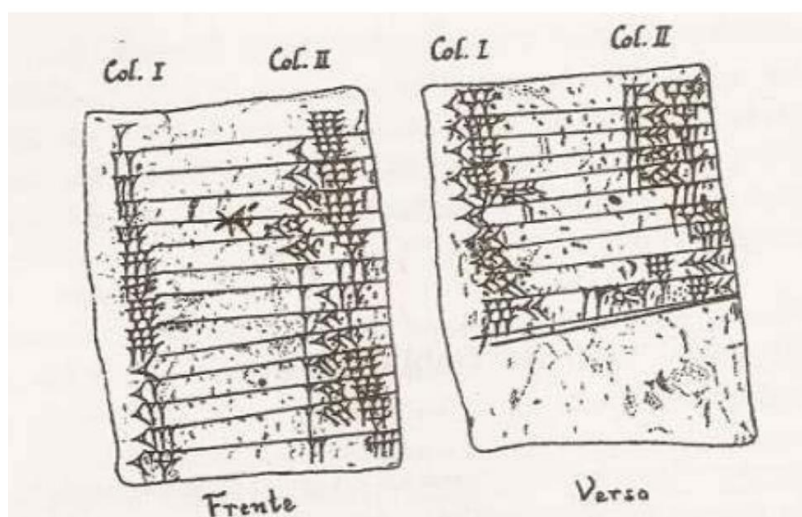
uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática e educação em geral.

Diante dessa afirmação, utiliza-se a história da matemática para descrever, brevemente, diferentes contextos em que a proporcionalidade foi aplicada.

O papiro Rhind, principal fonte de conhecimento do desenvolvimento da Matemática no Egito antigo, apresenta problemas de divisões proporcionais e evidencia o uso de procedimentos semelhantes à regra de três pelos egípcios (Boyer, 2012). Entende-se que a proporcionalidade era utilizada pelos egípcios em problemas práticos, principalmente relacionados ao comércio (Costa Júnior, 2010).







O raciocínio proporcional também era utilizado pelos babilônios, é o que mostra a tábua babilônica de multiplicação, a famosa tábua de barro de 3,7 mil anos representada na Figura 1. O sistema de numeração babilônico utiliza símbolos cuneiformes e apresenta a origem de um sistema posicional (Roque, 2012). Os símbolos utilizados pelos babilônios e suas respectivas representações no sistema de numeração decimal estão dispostos na Figura 2.

Figura 1 – Tábua babilônica de multiplicação



Fonte: Costa Júnior (2010, p.48).

Figura 2 – Símbolos do sistema de numeração babilônico

Valor	1	10	60	600	3600	36000
Sinal						

Fonte: Roque (2012, p. 46).

A tábua de multiplicação apresenta duas colunas de numerais, sendo os valores representados na segunda coluna nove vezes os valores representados na primeira coluna. Vê-se, com isso, “que os babilônios utilizavam o raciocínio multiplicativo que é um tipo de raciocínio proporcional” (Costa Júnior, 2010, p. 48).

Na Grécia antiga, o Teorema de Tales sugere o conhecimento da proporcionalidade. Tales ficou conhecido por utilizar esse conceito para determinar a altura de uma pirâmide do Egito. No período em que Tales viveu, aproximadamente de 630 a.C a 550 a.C, já se conhecia as propriedades dos triângulos e o teorema fundamental das proporções, apoiando-se em um resultado bastante divulgado: “se duas retas a e b são cortadas por retas paralelas, os vários segmentos determinados em a e b são proporcionais” (Lintz, 2007, p. 108).

Dentre os matemáticos que viveram antes do primeiro século, Eudoxo (408-305 a.C.) se destaca pelo estudo da proporcionalidade. Eudoxo desenvolveu a Teoria das Proporções, que possibilitou a resolução de problemas envolvendo quantidades incomensuráveis e que serviu de base para os estudos de Dedekind e Weierstrass sobre os números reais (Eves, 2004).

Rocha Júnior (2011) fala da proporção áurea, também conhecida como divina proporção. Notada na natureza e também em estruturas pré-históricas e modernas, essa proporção, que tem sua representação geométrica apresentada no livro *Os Elementos*, de Euclides (330-275 a.C.), tem instigado diversos autores, como Leonardo Fibonacci, famoso matemático italiano da Idade Média.

No Renascimento, o estudo da proporção foi observado em obras artísticas, como na obra de Leonardo da Vinci, *Homem Vitruviano*. Com essa famosa obra, Leonardo ilustrou a ideia de Vitruvius sobre as harmonias nas proporções humanas (Rocha Júnior, 2011). Outro grande nome do Renascimento é Luca Pacioli, matemático que publicou a obra *De Divina Proportione*, dedicada ao estudo das proporções. Nessa obra, o autor demonstra propriedades dos sólidos de Platão e enfatiza a proporção áurea na construção do dodecaedro e do icosaedro, além de relacionar a proporção áurea à divindade, dando-a, inclusive, o nome de divina proporção (Rocha Júnior, 2011; Costa Júnior, 2010).

Depois de realizar um breve estudo da proporcionalidade na história da matemática, será discutido, na seção a seguir, o ensino e a aprendizagem desse conceito na Educação Básica. Além disso, apresentam-se as hipóteses elaboradas neste estudo a partir do desenvolvimento da primeira etapa da ED.

5.2 Ensino e aprendizagem da proporcionalidade na Educação Básica

A proporcionalidade, segundo Costa e Allevato (2015), é considerada um conceito formador de estruturas cognitivas, sendo importante para o entendimento de outros conceitos matemáticos, que envolvem os números, as grandezas e a geometria. Contudo, os autores consideram ser para o docente um desafio conduzir os estudantes ao desenvolvimento do raciocínio proporcional no período escolar.

De acordo com Oliveira *et al.* (2006), as dificuldades para compreender a proporcionalidade decorrem de dois fatores: a complexidade relativa ao conceito e a abordagem dada ao ensiná-lo em sala de aula. No que se refere ao primeiro, Lamon (2020) afirma que o raciocínio proporcional é uma exigência para a compreensão de situações em que a proporcionalidade é envolvida. De acordo com a autora, o desenvolvimento desse raciocínio se associa com as relações de invariância (razão constante entre grandezas) e covariância (variação de grandezas, de forma que as relações entre si permaneçam).

Lamon (2020) aponta a compreensão da natureza multiplicativa de situações que envolvem a proporcionalidade como uma das maiores dificuldades dos estudantes. Para compreendê-la é necessário, segundo a autora, certa maturação para entender a diferença entre adicionar e multiplicar, e as situações em que cada uma pode ser aplicada.

Sobre a abordagem da proporcionalidade em sala de aula, encontram-se discussões em diversos estudos, como os realizados por Tobias (2018); Santos (2018); e Soares (2016). Tobias (2018) afirma que, geralmente, o ensino da proporcionalidade na Educação Básica é baseado em regras e procedimentos mecânicos que dificultam a compreensão do conceito pelos estudantes. Para Santos (2018), a falta de recursos visuais em situações propostas pelos docentes dificulta que o estudante reconheça padrões matemáticos, o que, segundo a autora, acaba não favorecendo a construção do raciocínio proporcional.

Outro fator que pode dificultar a compreensão dos estudantes sobre a proporcionalidade é a sua abordagem de forma isolada. Após analisar livros didáticos de Matemática e instrumentais de planejamentos de um grupo de professores da Educação

Básica, Soares (2016) concluiu que o conceito de proporcionalidade era tratado como um assunto específico, no qual, quando abordado em sala de aula, não se relacionava com outros conteúdos matemáticos. Segundo a autora, esse tipo de abordagem “limita o entendimento da proporcionalidade como conceito unificador e formador da Matemática” (Soares, 2016, p.7).

Perante o exposto, encontram-se pesquisas que mostram que as tecnologias digitais potencializam a aprendizagem em matemática, visto que podem ser utilizadas para integrar variados tipos de representações, favorecendo a conexão entre conceitos da matemática, o pensamento reflexivo e um aprendizado mais significativo (Estevam *et al.*, 2018; Lemke; Siple; Figueiredo, 2016). Além disso, Oliveira e Amancio (2022) afirmam que o uso das tecnologias digitais nas aulas de matemática contribui para mudar o modelo de ensino tradicional, pois, ao favorecer a aprendizagem ao invés do ensino, colocam o aluno como protagonista de sua aprendizagem.

Quando utilizadas como ferramenta no ensino da proporcionalidade, de acordo com a pesquisa realizada por Castro e Castro Filho (2020), as tecnologias digitais favorecem a visualização e representação, ajudam o estudante a socializar e a formalizar o conceito e colaboram na construção do significado, visto que possibilitam que o estudante vivencie situações reais.

Portanto, neste estudo inseriu-se as tecnologias digitais por meio do software Modellus. Esse software foi desenvolvido por um grupo de pesquisadores da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Nova Lisboa, sob a liderança do professor Vitor Teodoro (Silva; Poty; Marques, 2015). O Modellus permite obter modelos matemáticos e apresenta em uma mesma tela a visualização, gráfica e em tabela, de cálculos numéricos baseados em equações inseridas pelo usuário, permitindo, inclusive, associar equações a animações (Feitosa, 2018).

Aqui, o software Modellus foi utilizado para possibilitar a visualização e a representação em uma SD que apresenta um problema que envolve a proporcionalidade. A SD utiliza a TSD como metodologia de ensino e busca a vivência das etapas de ação, formulação, validação e institucionalização. Apresentam-se como hipóteses:

a) O software Modellus permite, com a visualização e a representação por meio de animação, gráfico e tabela, explorar o conceito de proporcionalidade, possibilitando,

inclusive, a percepção dos estudantes sobre a relação desse conceito com outros conceitos matemáticos.

b) A TSD, utilizada como metodologia de ensino, beneficia o processo de aprendizagem da matemática, favorecendo a autonomia do estudante na construção do seu conhecimento.

A próxima seção apresenta a SD desenvolvida na segunda etapa da ED, análise *a priori* e concepção da situação didática.

6. Análise *a priori* e concepção da Situação Didática

Partindo do estudo realizado na etapa anterior, análises preliminares, esta fase da ED é consubstanciada pela definição de variáveis que possibilitem o progresso do estudante através da SD. Nesse sentido, na descrição da SD, apresentada a seguir, identificam-se as variáveis didáticas escolhidas com o intuito de propiciar ao estudante o desenvolvimento do raciocínio que envolva a proporcionalidade. Além disso, prevê possíveis estratégias de resolução do problema e saberes que devem ser institucionalizados, conforme indica Almouloud (2007).

6.1 Situação Didática (SD)

O objetivo da SD é explorar o conceito de proporcionalidade por meio da modelagem de uma questão no software *Modellus*. A questão foi retirada do Boletim Pedagógico do SPAECE 2013 (Quadro 1). Segundo esse documento, o item teve um percentual de acerto de apenas 18,9%.

Quadro 1 - Questão do Boletim Pedagógico do SPAECE 2013

(M120285ES) Um caminhão que transporta combustível estava carregado com 30 000 litros de gasolina. Quando chegou em um posto para descarregar. A mangueira usada para descarregar o caminhão despeja uma mesma quantidade de combustível por minuto. A quantidade y , em litros de combustível que resta no caminhão x minutos após o início da descarga pode ser calculada pela equação $y = 30\,000 - 250x$. Após quantos minutos, depois do início da descarga, restavam 100 litros de gasolina no tanque do caminhão?

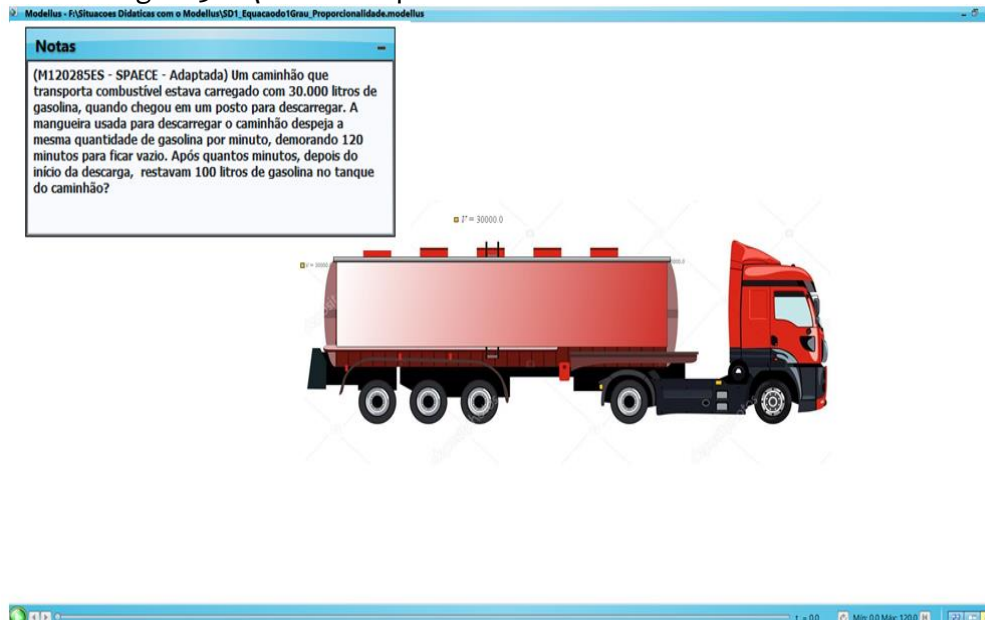
- a) 119,6 minutos
- b) 120,4 minutos
- c) 200,0 minutos
- d) 220,0 minutos
- e) 297,5 minutos

Fonte: Ceará (2013).

Com a adaptação da questão mostrada no Quadro 1 e por meio de sua modelagem no *Modellus* (ver Figura 3), pretende-se que os discentes construam diferentes estratégias de

resolução, explorando o conceito de proporcionalidade. A leitura do QR Code mostrado na Figura 4 permite acesso a um vídeo que apresenta a modelagem realizada no software.

Figura 3 – Questão adaptada e modelada no software Modellus



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Figura 4 – Vídeo que apresenta a modelagem da questão no Modellus



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Para criar a simulação da situação problema no software Modellus, o docente deve inserir equações na janela Modelo Matemático a partir de informações do problema, conforme mostra a Figura 5. Nesta proposta, a janela Modelo Matemático deve ser ocultada pelo professor durante a vivência da situação didática pelo estudante.

Uma proposta baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino da proporcionalidade a partir de um problema do SPAECE

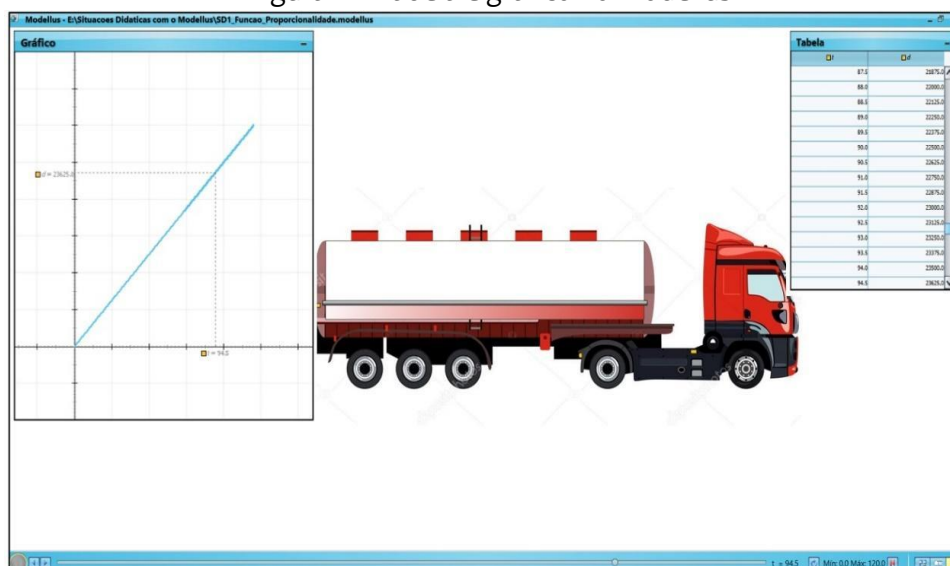
Figura 5 – Criando a simulação no software Modellus



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Por meio da simulação, o professor permite que o estudante visualize a diminuição do nível de combustível no tanque do caminhão. Juntamente com a simulação, o docente permite, com a inserção das equações no software, que os educandos visualizem um gráfico e uma tabela, como exhibe a Figura 6.

Figura 6 – Tabela e gráfico no Modellus

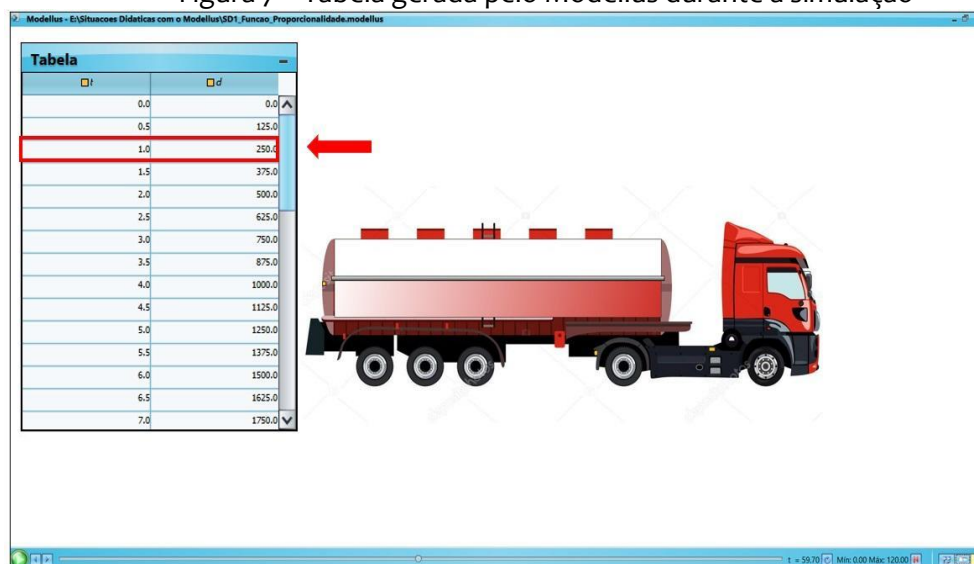


Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

No momento inicial, os estudantes devem realizar a leitura do problema, buscando identificar dados que o ajudem a resolvê-lo. Nessa etapa, chamada de ação pela TSD, é importante que os discentes levanten hipóteses a partir da compreensão do problema, construindo subsídios para as etapas de formulação e validação (Silva; Menezes; Alves, 2022).

O docente deve incentivar que os estudantes observem a simulação apresentada no Modellus, que mostra redução do volume de combustível no tanque do caminhão. Ademais, o professor pode estimular que os estudantes observem a tabela gerada no software, que relaciona a quantidade de combustível despejado pela mangueira do caminhão no final de cada 0,5 segundo, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Tabela gerada pelo Modellus durante a simulação



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

A segunda etapa proposta pela TSD é a formulação que, segundo Almouloud (2007, p. 38), consiste no “momento em que o aluno ou o grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada”.

Após entender a questão, o aluno poderá perceber, através da observação da simulação e da tabela, que a quantidade de combustível despejado por minuto é igual a 250 litros. Uma outra estratégia para determinar a vazão da mangueira consiste em dividir 30.000 volumes, em litros, de combustível transportado, por 120, tempo, em minutos, necessário para esvaziar o tanque do caminhão.

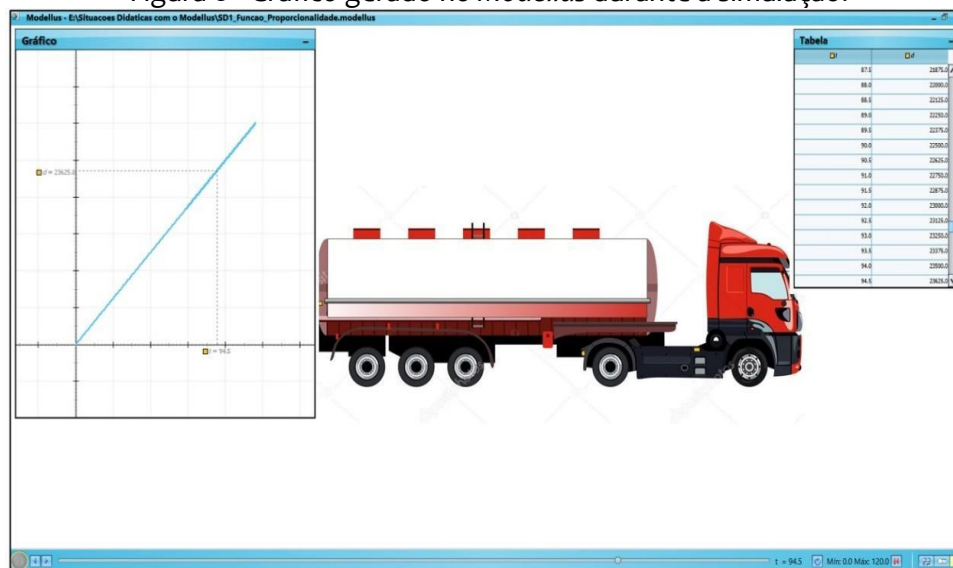
A observação dos elementos apresentados no software pode direcionar o estudante à conclusão de que, para restar 100 litros de combustível no tanque do caminhão, seria necessário a mangueira despejar 29.900 litros. Sendo assim, para chegar ao resultado do problema, o estudante poderia efetuar a divisão de 29.900, quantidade de combustível a ser despejado (em litros) por 250, a vazão da mangueira (em litros por minuto), obtendo 119,6 minutos, que é a resposta do problema.

Uma proposta baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino da proporcionalidade a partir de um problema do SPAECE

Além disso, nessa etapa, o estudante poderá obter a relação $d(t) = 250.t$, sendo “d” a quantidade de combustível despejado, em litros, e “t” o tempo, em minutos, expressando uma relação de proporcionalidade entre essas duas grandezas.

O gráfico apresentado pelo software (ver Figura 8) traz a possibilidade do estudante estabelecer uma relação entre o conceito de grandezas diretamente proporcionais e o conceito de função linear. Essa percepção pode trazer ao estudante novas estratégias de resolução do problema.

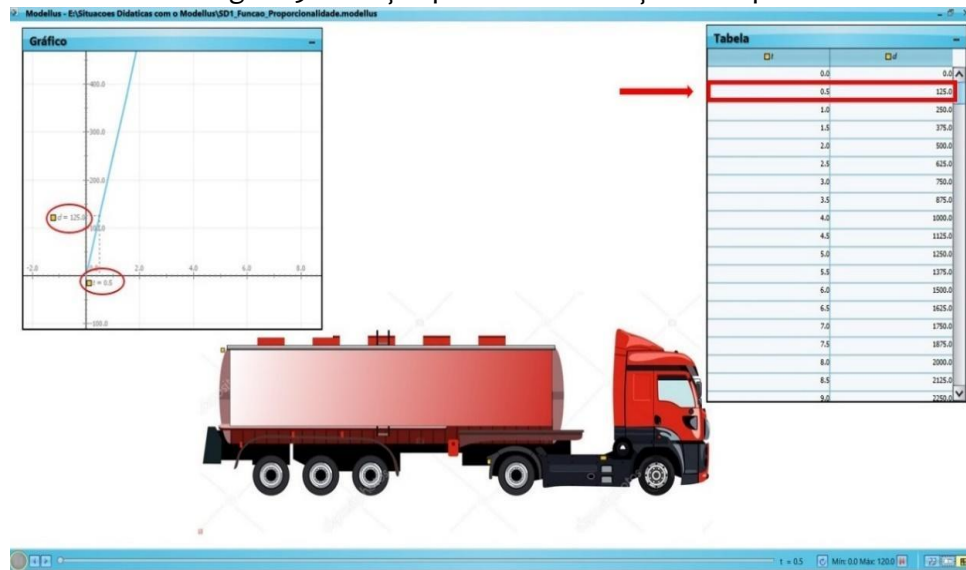
Figura 8 - Gráfico gerado no *Modellus* durante a simulação.



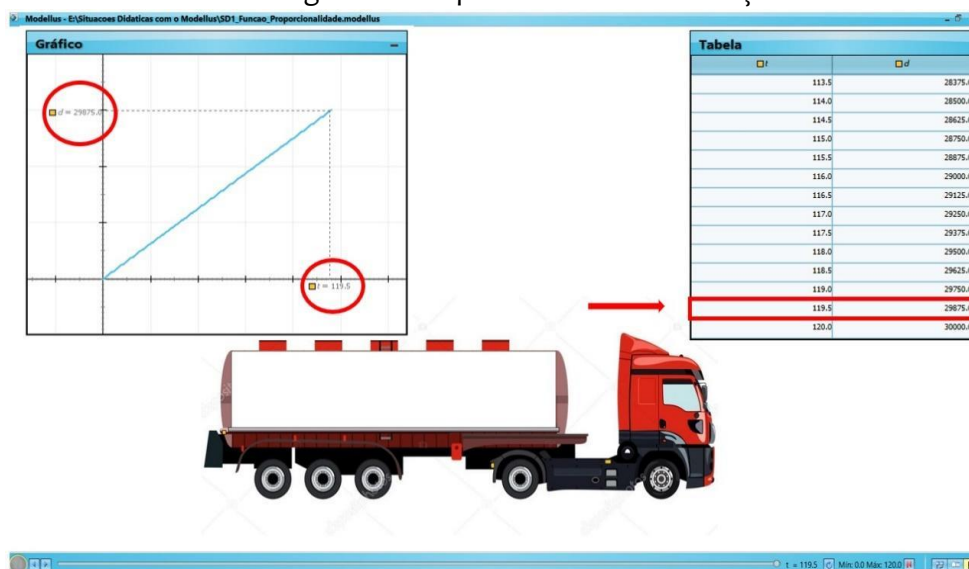
Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Para determinar o tempo necessário para despejar 29.900, o estudante pode utilizar a relação $d(t) = 250.t$. Ao perceber que a relação trata-se de uma função linear, o estudante tem também a possibilidade de utilizar a propriedade aditiva de d, $d(a + b) = d(a) + d(b)$.

Figura 9 - Solução por meio de relações de tipo aditivo



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Figura 10 - Propriedade aditiva da função d 

Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Identifica-se no gráfico e na tabela mostrados na Figura 9 que a quantidade de combustível despejado ao fim de 0,5 minuto é 125 litros, ou seja, $d(0,5) = 125$. Já na Figura 10, nota-se que ao fim de 119,5 minutos, a mangueira despeja um total de 29.875 litros, em outros termos, $d(119,5) = 29.875$. A partir dos conhecimentos de função linear e de proporcionalidade, relacionados pela fórmula $d(t)=250.t$, o estudante pode concluir que $d(119,5+0,1) = 29.900$ e, então, chegar à conclusão de que 119,6 minutos é a resposta do problema.

Na etapa de validação, os estudantes deverão apresentar suas soluções. De acordo com Santos e Alves (2017, p. 453), validação é a “fase de convencimento dos interlocutores sobre a veracidade, ou não, dos argumentos apresentados à solução do problema. Neste ponto, já se deve utilizar uma linguagem mais formalizada e mecanismos de prova”. Ao explicar as estratégias utilizadas, os estudantes poderão utilizar os elementos apresentados no software, expondo seus conhecimentos.

No momento de institucionalização, o professor toma parte da responsabilidade cedida aos estudantes. O docente expõe suas intenções de ensino e sintetiza o conhecimento, no intuito de colocá-lo em um nível mais elevado (Figueroa; Almoulouad, 2018).

Nesse sentido, partindo da questão adaptada que envolve a proporcionalidade, o professor pode explorar as propriedades das proporções, relacionar o conceito de proporcionalidade com os conceitos de função linear e de equação, generalizando estratégias adotadas pelos estudantes. Além disso, o docente pode dizer como foi feita a simulação no software, podendo, nesse momento, utilizar os elementos do software, como gráficos, tabelas e objetos utilizados para construir uma simulação, para explorar a situação proposta e possibilitar a aparição de novos questionamentos sobre grandezas proporcionais.

7. Considerações Finais

Este estudo teve como objetivo propor uma Situação Didática (SD) para o estudo da proporcionalidade. A SD utiliza a TSD como metodologia de ensino e o software Modellus para possibilitar a visualização e a representação de um problema adaptado do SPAECE, que envolve grandezas proporcionais.

A Engenharia Didática (ED) é utilizada neste estudo como metodologia de pesquisa em suas duas primeiras fases, análises preliminares e análise *a priori* e concepção da situação didática. Na primeira fase, realizou-se um estudo da proporcionalidade na história da matemática e foram identificados entraves no processo de ensino e aprendizagem do referido conceito. Foram reconhecidos diversos contextos em que a proporcionalidade é citada na história da Matemática, enfatizando a importância do conceito para a compreensão de outras ideias matemáticas e leitura do mundo.

Dentre as problemáticas envolvidas no ensino da proporcionalidade, apontou-se a falta de recursos visuais para explorar o raciocínio proporcional, o uso de regras e/ou

procedimentos mecanizados e o estudo da proporcionalidade como um conteúdo específico, em que não se faz relação com outros assuntos da matemática. Diante disso, elaborou-se uma SD a fim de evitar esses entraves.

A TSD é utilizada como modelo de ensino na SD apresentada neste estudo, buscando favorecer o protagonismo do estudante em seu processo de aprendizagem. Entende-se que a interação com o software Modellus pode colaborar para que o discente elabore hipóteses e desenvolva estratégias de resolução para o problema, explorando o conceito de proporcionalidade. O docente também participa da investigação, no entanto, como facilitador e institucionalizador do conhecimento, tornando-o útil para outras situações.

Este artigo apresenta um recorte de uma dissertação em andamento, que disponibiliza situações didáticas baseadas na TSD para o ensino da proporcionalidade. Espera-se que a proposta aqui apresentada sirva de apoio para docentes que pretendem ensinar a proporcionalidade, utilizando as tecnologias digitais e uma abordagem de ensino diferenciada, com o intuito de tornar o estudante construtor do seu conhecimento.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. São Paulo: Editora UFPR, 2007.

ARTIGUE, Michèle. Ingeniería Didáctica. In: ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine; MORENO, Luis; GOMEZ, Pedro. (Org.). **Ingeniería didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas**. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano, 1995, p. 33-61.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3 ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Resultados do SAEB 2021**. Brasília: MEC, 2022.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 13, n. 1, p. 87–120, 2009.

CASTRO, Juscileide Braga de; CASTRO FILHO, José Aires. Projeto pensar, conectar e fazer: o uso das tecnologias digitais para a aprendizagem da proporcionalidade. **Interfaces Científicas - Educação**, [s. l.], v. 9, n. 2, p. 95-109, 15 jul. 2020.

CEARÁ. Portaria Nº. 101/00 – GAB de 15 de fevereiro de 2000 (2000). Dispõe sobre a Instituição do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE. **Diário Oficial do Estado do Ceará**, Fortaleza, 2000.

CEARÁ. Secretaria da Educação. **Resultados do SPAECE 2022**. Ceará: SEDUC, 2022a.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **Boletim da Escola: Matemática – Ensino Fundamental**, 2022. Juiz de Fora: CAEd, 2022b.

COSTA JÚNIOR, José Roberto. **Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da história da matemática**. 2010. 237 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010.

COSTA, Manoel dos Santos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Proporcionalidade: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, [s.l.], v. 6, n. 1, p. 1-26, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996. DIAS, Érika; RAMOS, Mozart Neves. A Educação e os impactos da Covid-19 nas aprendizagens escolares. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, [s.l.], v. 30, n. 117, p. 859-870, dez. 2022.

ESTEVAM, Everton José Goldoni; BASNIAK, Maria Ivete; PAULEK, Celine Maria; SCALDELA, Dirceu; FELIPE, Natali Angela. Ensino Exploratório de Matemática e Tecnologias Digitais: a elaboração da lei dos senos mediada pelo software geogebra. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [s.l.], v. 20, n. 3, p. 342-358, jul. 2018.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FEITOSA, Francisco José Barroso. **O uso do software modellus no ensino de cinemática na 1ª série do ensino médio com a abordagem da aprendizagem significativa**. 2018. 189 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

FIGUEROA, Teodora Pinheiro; ALMOULOU, Saddy Ag. O Milieu e o Contrato Didático - Análise de uma Aula Demonstrativa do Círculo da Matemática do Brasil. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [s.l.], v. 20, n. 4, p. 687-706, set. 2018.

LAMON, Susan. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. 4. ed. New York: Routledge, 2020.

LEMKE, Raiane; SIPLE, Ivanete Zuchi.; FIGUEIREDO, Elisandra Bar. OAs para o ensino de Cálculo: potencialidades de tecnologias 3D. **Renote**, [s.l.], v. 14, n. 1, ago. 2016.

LINTZ, Rubens Golvêa. **História da Matemática**. 2. ed. Campinas: Unicamp, 2007.

MAGALHÃES JÚNIOR, Antônio Germano; FARIAS, Maria Adalgiza. Uma história em sintonia com a avaliação educacional do Governo Federal. **Revista Humanidades**, Fortaleza, v. 31, n. 2, p. 525-577, jul./dez. 2016.

MAIA, Emivan da Costa; AZEVEDO NETO, Leonardo Dourado de. Conhecimentos algébricos mobilizados por alunos do ensino fundamental com a utilização de sequências didáticas. **Revista Cocar**, [s. l.], v. 15, n. 32, 2021.

MENDUNI-BORTOLOTI, Roberta D'Angela; BARBOSA, Jonei Cerqueira. Matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade a partir de um estudo do conceito. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s.l.], v. 20, n. 1, p. 269-293, maio, 2018.

OLIVEIRA, Carloney Alves; AMANCIO, Joenneyres Raio de Sousa. Experiências formativas potencializadas pelas Tecnologias Digitais nas aulas de Matemática. **Revista Docência e Ciberultura**, [s.l.], v. 6, n. 3, p. 165-179, ago. 2022.

OLIVEIRA, Eliane Moreira; SALES, Gilvandenys Leite; CASTRO FILHO, José Aires; MACÊDO, Laécio Nobre; FREIRE, Raquel Santiago. Gangorra Interativa: um objeto de aprendizagem para os conceitos de grandezas inversamente proporcionais. In: CONGRESSO DA SBC, 16., 2006, Campo Grande. **Anais do XXVI Congresso da SBC**. Campo Grande: Wie, 2006. p. 365-368.

POMMER, Wagner Marcelo. **A Engenharia Didática em sala de aula**: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as equações diofantinas lineares. São Paulo: [s.n.], 2013.

QUITEMBO, Alberto Domingos Jacinto. Prática pedagógica na formação inicial de professores de Matemática em Benguela – Angola: um estudo com um Professor. **RECIPEB: Revista Científico-Pedagógica do Bié**, [s. l.], v. 3, n. 1, p. 39–57, 2023.

ROCHA JÚNIOR, Antonio Martins da. **Divina Proporção**: aspectos filosóficos, geométricos e sagrados da seção áurea. Fortaleza: Expressão Gráfica, 2011.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, Arlem Atanasio; ALVES, Francisco Régis Vieira. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de Matemática. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [s.l.], v. 19, n. 3, p. 447-465, maio/jun. 2017.

SANTOS, Mayra Taís Albuquerque. **Os desdobramentos teóricos da proporcionalidade na escola de educação básica**. 2018. 103 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat) - Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018.

Uma proposta baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino da proporcionalidade a partir de um problema do SPAECE

SILVA, Cândido dos Santos; POTY, João Alves; MARQUES, Altyvir Lopes. Modelagem matemática e computacional no conteúdo de função. **RGSN - Revista Gestão, Sustentabilidade e Negócios**, Porto Alegre, v. 3, n. 2, p. 97-117, out. 2015.

SILVA, Cleusiane Vieira; ALMOULOU, Saddp Ag. Uma Articulação entre o Quadro dos Paradigmas Geométricos e a Teoria das Situações Didáticas. **Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [s.l.], v. 20, n. 1, p. 111-129, abr. 2018.

SILVA, José Gleison Alves da; MENEZES, Daniel Brandão; ALVES, Francisco Régis Vieira. Engenharia Didática para a relação entre área de figuras planas (poligonais) e o volume de sólidos geométricos (prismas): uma análise preliminar e uma análise a priori. **Indagatio Didactica**, v. 14, n. 1, p. 79-98, jul. 2022.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática**: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da educação básica. 2016. 250 f. Tese de Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2016.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 1, n. 21, p. 155-168, jan./jun. 2013.

TOBIAS, Petrina Rúbria Nogueira Avelar. **Sala de aula invertida na educação Matemática**: uma experiência com alunos do 9º ano no ensino de proporcionalidade. 2018. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2018.

Sobre os autores

Emanuela Moura de Melo Castro

Graduada em Matemática Licenciatura Plena pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), especialista em Ensino de Matemática, pelo Instituto Superior de Educação Ibituruna (ISEIB) e em Qualificação do Ensino de Matemática no Estado do Ceará, pela Universidade Federal do Ceará (UFC). É aluna do curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Federal do Ceará (UFC) e professora efetiva na Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza.

E-mail: emanuelammelo@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0929-5098>

Daniel Brandão Menezes

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), bacharel em Segurança Pública pela Academia de Polícia Militar General Edgard Facó. Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa Educação, Currículo e Ensino no eixo Ensino de Matemática pela UFC e pós-doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa História e Educação Comparada pela UFC. É docente e pesquisador da Universidade Estadual do Ceará.

E-mail: brandaomenezes@hotmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-5930-7969>

Francisco Herbert Lima Vasconcelos

Graduado em Licenciatura em Física pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Mestre em Ciência da Computação pela UFC. Doutor na área de pesquisa em Avaliação da Efetividade e do Desempenho da Aprendizagem com Análise Multidimensional e Multilinear, em Engenharia de Teleinformática, também pela UFC. É servidor público federal no cargo de professor efetivo da Universidade Federal do Ceará e ocupa o cargo de Secretário da Educação de Sobral, no Ceará.

E-mail: herbert@virtual.ufc.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4896-9024>

Recebido em: 17/08/2023

Aceito para publicação em: 14/08/2024