
O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica

The Context of the History of Mathematics as a Previous Organizer: the case of Analytical Geometry

Roberto Carlos Dantas Andrade

Escola Tenente Rego Barros

Belém-Brasil

José Messildo Viana Nunes

Universidade Federal do Pará (UFPA)

Belém-Brasil

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Secretaria de Estado de Educação (SEDUC)

Belém-Brasil

Resumo

A presente pesquisa teve como objetivo introduzir o estudo de noções de Geometria Analítica Plana a partir do estudo dos Vetores e assim investigar e construir uma organização didática para a Geometria Analítica Plana, com tratamento no estudo de Vetores. A intervenção se deu numa turma de 3º ano do ensino médio, à luz da teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. A pesquisa é de natureza qualitativa do tipo etnográfica e foi desenvolvido com um grupo de alunos em um contexto específico que é a preparação para o acesso ao ensino superior. Algumas noções da Teoria Antropológica do Didático, como praxeologia e organização didática, serviram de categorias para análise das práticas vivenciadas em sala de aula; com isso, foi possível concluir que os alunos, ao manipularem as representações de objetos ostensivos, resgatam conhecimentos matemáticos de forma articulada e integrada para a ancoragem de novos conhecimentos matemáticos. Observou-se também que a organização didática permite “economia de tempo”, no que diz respeito ao estudo desses conteúdos nessa etapa da vida escolar.

Palavras-chave: Geometria Analítica Plana; Vetores; Aprendizagem Significativa.

Abstract

The present research aimed to improve the study of Analytical Plane notions from the study of vectors and thus investigate and build an organization made the treatment for the Analytical Plane Geometry, with treatment in the study of vectors. The intervention took place in a 3rd year high school class, in the light of David Ausubel's theory of Meaningful Learning. The research is qualitative in nature of the ethnographic type and was developed with a group of students in a specific context that is the preparation for access to higher education. Some notions of the Anthropological Theory of Didactics, such as praxeology and didactic organization, served as categories for the analysis of practices experienced in the classroom; with this, it was possible to conclude that the students, when manipulating the representations of ostensive objects, rescue mathematical knowledge in an articulated and integrated way for the anchoring of new mathematical knowledge. It was also observed that the didactic organization allows "time savings", with regard to the study of these contents at this stage of school life.

Keywords: Plane analytic geometry; Vectors; Significant Learning.

Introdução

As práticas de ensino de Matemática, e mais especificamente de Geometria Analítica Plana, em geral seguem as metodologias expressas nos livros didáticos e se inicia com o estudo do ponto, da reta e da circunferência, também sem identificar conexões, como se esse estudo fosse isolado dos demais e até mesmo independentes entre si (GENTIL *et al.*, 1998; DANTE, 2012; PAIVA, 2012).

Um dos problemas identificados diz respeito a nenhum deles fazerem abordagem do ensino de Vetores e a outros seguirem essa sequência, mas com ênfase em demonstrações, com justificativas de alguns tópicos como: as coordenadas do baricentro de triângulo, o cálculo da área de um triângulo dado às coordenadas dos vértices, etc. Essa estratégia visava a fazer com que o aluno passasse a perceber a utilidade de se estudar Geometria Analítica, descobrindo o significado das fórmulas utilizadas (IEZZI *et al.*, 2012; MUNIZ NETO, 2013).

Desde a década de 2000, mais ainda válida, Lima (2005) tece críticas aos livros do ensino médio, em particular destaca a “omissão” do estudo de Vetores em 12 coleções usadas nas escolas brasileiras; essas críticas são reforçadas por Silva (2013) que diz:

[...] fica evidente que os autores brasileiros estão desprovidos de uma visão mais global da educação, pois se perde uma grande oportunidade de ligar o estudo de Vetores e de equações paramétricas com os conteúdos que se estuda em Física, promovendo uma maior interdisciplinaridade (SILVA, 2013, p. 19).

Sendo assim, tivemos que recorrer a bibliografias voltadas para a graduação, no caso, o livro de Steinbruch e Winterle (1987). Apesar de o texto fazer referência à Geometria Analítica Plana, as conexões não eram explícitas, ou seja, o estudo de Vetores constava em capítulos separados, dessa forma, utilizamos o texto apenas para o estudo dos Vetores, enquanto o estudo dos conceitos próprios da Geometria Analítica continuava alicerçado em bibliografias específicas para o ensino médio.

É perceptível que a abordagem vetorial no ensino médio se instala nos livros didáticos apenas em decorrências das orientações dos documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais que faz menção à temática dizendo que:

Expressar-se corretamente na linguagem física requer identificar as grandezas físicas que correspondem às situações dadas, sendo capaz de distinguir, por exemplo, calor de temperatura, massa de peso, ou aceleração de velocidade. Requer também saber empregar seus símbolos, como os de Vetores ou de circuitos, fazendo uso deles quando necessário (BRASIL, 1999, p. 27).

Essa mudança nos estimulou a pesquisar aplicações da Geometria Analítica Plana e Vetores, de tal forma que pudéssemos elaborar questões que simulassem as que viriam a ser

enfrentadas por nossos alunos na prova de acesso ao ensino superior, em particular as analítico-discursivas. Nesse sentido, houve uma mudança significativa no trabalho com os alunos no ato de ensinar, pois, nesse momento, começamos a identificar algumas conexões entre a Geometria Analítica e outros conteúdos da Matemática; como exemplo, no estudo da reta, percebemos que certos problemas, que só poderiam ser resolvidos por meio de conceitos ligados à função polinomial do 1º grau, agora seriam viabilizados também, de forma mais “simples”, via conceitos da Geometria Analítica Plana.

Outro exemplo está relacionado ao cálculo de área e de volume, por intermédio do estudo dos produtos entre Vetores, começamos a perceber a conexão entre Vetores, Geometria Analítica e Geometria Sintética. A percepção, anteriormente descrita, nos fez mudar mais uma vez a forma de abordar esse objeto do conhecimento e, a partir daí, com o estudo de Vetores, muitos tópicos da Geometria Analítica Plana teriam como ser justificados, como a distância entre dois pontos que nada mais é do que o módulo de um vetor; a equação da reta, que é a mesma da reta suporte de um dado vetor, e outros.

Essa nova maneira de ensinar Geometria Analítica e Vetores, buscando suas interconexões, tornou as aulas mais significativa, porém, realizar apenas essas interconexões não foi suficiente para uma aprendizagem substancial da Geometria Analítica e Vetores, uma vez que a metodologia de ensino era a mesma, baseada na narrativa e nas demonstrações. Esse procedimento estimula a Aprendizagem Receptiva Mecânica em que o aprendiz recebe a informação e busca a assimilação dessas informações memorizando, o que supostamente é realizado por meio da repetição de atividades sistemáticas e pela recapitulação do conteúdo.

Isso implica dizer que a generalização e a transferência de aprendizagens são limitadas e dependem do treino, mas para chegarmos a esse entendimento, recorreremos à definição de que a

Aprendizagem Mecânica se dá através da aquisição de informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos ou proposições relevantes existentes na estrutura cognitiva. O conhecimento é armazenado de forma arbitrária. Aprendizagem Receptiva é o tipo de aprendizagem no qual o conteúdo inteiro do que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz de forma mais ou menos final (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 100).

Nos estudos tradicionais com a Geometria Analítica, devemos considerar que há falta de conexões explícitas entre a Geometria Analítica e o estudo de Vetores, e destes com outros conteúdos, não só no contexto da Matemática, mas também no cotidiano do aluno, inclusive

O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica o escolar, por isso postulamos que este é um dos principais motivos da dificuldade de aprendizagem da Geometria Analítica. Sendo assim, faz-se necessário destacar as possíveis conexões existentes entre a Geometria Analítica e o estudo dos Vetores, e destes com outros conteúdos não só da Matemática, mas também com conteúdos de outras áreas.

Nesses termos, propomo-nos a introduzir o estudo de noções de Geometria Analítica Plana a partir do estudo dos Vetores, investigar e construir uma organização didática para a Geometria Analítica Plana, com tratamento no estudo de Vetores e em seguida pô-la em prática, usando o caminho da interação entre conhecimentos prévios dos alunos e os novos conhecimentos, destacando as relações com outros saberes da Matemática e de outros campos de conhecimento, assim articulamos aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria Antropológica do Didático que não conflitam com as noções desses campos teóricos.

Estudo Bibliográfico

Com a finalidade de assegurar a originalidade e autenticidade do tema deste artigo, realizamos um estudo bibliográfico de pesquisas já produzidas com enfoque na História da Matemática, com aporte teórico da Aprendizagem Significativa. Nessa perspectiva, fizemos a busca a partir das frases chaves: "história da matemática e Aprendizagem Significativa" e "história da matemática para uma Aprendizagem Significativa", no qual apareceram diversos trabalhos acadêmicos (Artigos, Dissertações).

O levantamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)ⁱ, no indexador do *Google Scholar*ⁱⁱ e na Biblioteca Eletrônica Científica Online – SciELOⁱⁱⁱ; a partir desse levantamento, encontramos alguns trabalhos desenvolvidos nessa temática (Quadro 1).

Quadro 1: Artigos

Nº	Título	Autoria/Instituição	Ano
1	A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem	MACIEL, Paulo Roberto Castor; CARDOSO, Tereza Fachada Levy. Revista Bolema - Rio Claro – SP	2014
2	Aprendizagem Significativa: despertando A Motivação Intrínseca via História da Matemática	NUNES, José Messildo Viana. Aprendizagem Significativa em Revista - UFRGS	2014
3	Ensino de Matemática, História da Matemática e Aprendizagem Significativa: uma Combinação Possível	RORATTO, Cauê; NOGUEIRA, Célia Maria Ignatins. Investigações em Ensino de Ciências - UFRGS	2011

4	O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio	NUNES, José Messildo Viana; ALMOULOUD, Saddo Ag; GUERRA, Renato Borges. Revista Bolema - Rio Claro - SP	2010
---	--	---	------

Fonte: Autores (2021).

Maciel e Cardoso (2014) buscaram promover aprendizagem significativa no estudo de função; para isso, utilizaram a História da Matemática como estratégia de ensino e o vídeo como recurso didático.

Por sua vez, Nunes (2014) apresenta uma proposta com fundamentação teórica da aprendizagem significativa de David Ausubel, objetivando exibir o contexto da História da Matemática como organizador prévio e promotor de motivação intrínseca no estudo da Geometria Euclidiana Plana.

Quanto a Roratto e Nogueira (2011), eles trazem um relato dos resultados de pesquisa de mestrado com fundamento na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, usando mapas conceituais produzidos pelos próprios alunos que apontam a possibilidade de sucesso na Aprendizagem Significativa do conceito de Função.

Finalmente, em Nunes, Almouloud e Guerra (2010), tem-se a concepção sobre como e por que os autores conceberam o contexto da História da Matemática como um legítimo organizador prévio.

Seguindo a pesquisa, verificamos também dissertações de Mestrado que corroboraram com nossa pesquisa (Quadro 2).

Quadro 2: Dissertações

Nº	Título	Autoria/Instituição	Ano
1	A História da Matemática como estratégia para o alcance da Aprendizagem Significativa do conceito de Função	RORATTO, Cauê. Universidade Estadual de Maringá - UEM	2009
2	Construindo uma Aprendizagem Significativa com História e Contextualização da Matemática	SOUZA, Jaibis Freitas de. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ	2009
3	História da Matemática e Aprendizagem Significativa da área do círculo: uma experiência de Ensino-Aprendizagem	NUNES, José Messildo Viana. Universidade Federal do Pará - UFPA	2007
4	Do ensino da História da Matemática a sua contextualização para a Aprendizagem Significativa	FARAGO, Jorge Luiz. Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	2003

Fonte: Autores (2021).

O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica

Com relação a essas pesquisas, Roratto (2009), em sua dissertação, adota a tendência da História da Matemática para o Ensino como estratégia para alcançar a Aprendizagem Significativa. O autor usa a história do conceito de Funções como guia para construção de uma sequência didática potencialmente significativa e que foi aplicada em uma turma de oitava série de uma escola pública do município de Paranaíba – PR.

Sob outra perspectiva, Souza (2009) apresenta estudos de problemas de geometria espacial de uma pesquisa realizada na Escola Agrotécnica Federal de Catu (EAFCA) e procura refletir sobre o uso da História da Matemática na aprendizagem e a contextualização da Matemática na vida do futuro técnico em agropecuária da EAFCA.

Já Nunes (2007) apresenta uma proposta com base na teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, com o objetivo de construir o conceito de área de figuras planas, em especial a área do círculo. O autor ressalta que as atividades sugeridas nesta pesquisa foram orientadas por uma sequência didática a partir de um texto histórico-matemático utilizado como organizador prévio; a proposta foi realizada em uma escola da rede pública estadual de ensino em Belém – PA.

Por fim, Farago (2003) propõe o uso da História da Matemática para apresentar o novo conteúdo a ser aprendido, sendo o professor, nesse momento, um contador de história, a fim de conduzir os alunos a resolverem e superarem os obstáculos sofridos pelos antigos matemáticos de forma construtiva, sendo o ponto de partida para a aprendizagem significativa que se concluirá com a contextualização do conteúdo no cotidiano do aluno, usando como base algumas teorias e estratégias de aprendizagem.

No que concerne a Teses, não encontramos trabalhos que contemplassem em seu bojo a História da Matemática e Aprendizagem Significativa; dessa forma, considerando os trabalhos analisados, verificamos que trazem propostas de ensino com o uso da história da Matemática como ponto de partida para uma aprendizagem significativa de conceitos matemáticos, alguns com uso de tecnologias digitais, outros como instrumento motivador e ainda outro trazendo o professor como contador de histórias.

Fazendo uma análise comparativa, os trabalhos que mais se assemelham ao nosso foram realizados em outros contextos de localização, cultura e realidade educacional; assim, já se diferencia desses, pois tem como foco introduzir o estudo de Geometria Analítica Plana, a partir do estudo de Vetores no ensino médio, à luz da teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Além disso, os sujeitos pesquisados foram alunos da educação básica

(ensino médio) da rede federal de ensino do Estado do Pará, especificamente no município de Belém.

Prosseguindo o estudo bibliográfico, analisamos pesquisas produzidas com enfoque no ensino de Geometria Analítica plana a partir de Vetores, com aporte teórico da Aprendizagem Significativa; nossa busca partiu das frases chaves: “Ensino de Geometria Analítica plana a partir de Vetores: aprendizagem significativa” e “Ensino Geometria Analítica plana e aprendizagem significativa”, no qual apareceram inúmeros trabalhos acadêmicos (Artigos, Dissertações e Teses).

O levantamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES^{iv}, no indexador do Google Acadêmico^v e na Biblioteca Eletrônica Científica Online – SciELO^{vi}. A partir desse levantamento, encontramos cinco artigos (Quadro 3).

Quadro 3: Artigos

Nº	Título	Autoria/Instituição	Ano
1	Uma Proposta para tornar Significativa a Aprendizagem em Geometria Analítica	SCORTEGAGNA, Gláucia Marise; MEZA, Elisângela dos Santos. Encontro Nacional de Educação Matemática	2016
2	Como introduzir Geometria Analítica de uma forma diferenciada	GUIMARÃES, Charles Zuconeli <i>et al.</i> Escola de Inverno de Educação Matemática	2014
3	Uma nova proposta para Geometria Analítica no Ensino Médio	ASSEMANY, Daniella da Guia. CAP UFRJ	2013
4	O Ensino e a Aprendizagem de Vetores no 1º Ano do Ensino Médio: uma reestruturação curricular	ASSEMANY, Daniella da Guia. CAP UFRJ	2011
5	Ensino-Aprendizagem da Geometria Analítica: uma proposta utilizando o GPS (Sistema de Posicionamento Global) como recurso didático e Fator de Motivação da Aprendizagem	BEZERRA, Nilra Jane Filgueira; SCARTAZZINI, Luiz Sílvio. V Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências	2005

Fonte: Autores (2021).

Scortegagna e Meza (2016) buscaram oportunizar Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 1980) em Geometria Analítica por meio de atividades desenvolvidas com alunos do terceiro ano do ensino médio. Por outro lado, Guimarães *et al.* (2014), mostra uma atividade realizada por alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) do curso de licenciatura em Matemática das Faculdades Integradas de Taquara (FACCAT), com alunos do 3ª série do ensino médio de uma escola pública da cidade de Parobé (RS), tendo o objetivo de introduzir o conteúdo de Geometria Analítica, mediando os

O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica discentes na busca de conhecer sua história e aplicações, com isso, verificou-se que a aprendizagem foi significativa e que, também, despertou o interesse e o envolvimento dos alunos pelo estudo da Geometria Analítica.

Quanto a Bezerra e Scartazzini (2005), eles apresentam uma proposta alternativa para o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica, utilizando o GPS como recurso didático e fator de motivação. Os autores corroboram que a utilização do GPS permite explorar temas como coordenadas cartesianas no plano, equação da reta, teorema angular, distância de ponto a reta, determinação de áreas das figuras planas irregulares e outros tópicos da Geometria Analítica.

No que se refere a Dissertações que seguem essa linha temática, encontramos oito trabalhos interessante (Quadro 4).

Quadro 4: Dissertações

Nº	Título	Autoria/Instituição	Ano
1	O uso de conceitos Vetoriais em Geometria Analítica no Ensino Médio com o auxílio do GeoGebra	FURLANI, Célio. Universidade Estadual de Ponta Grossa	2016
2	Uma Nova Abordagem da Geometria no Ensino Médio usando Vetores	LINDOSO, José Ribamar Penha. Universidade Federal do Maranhão	2013
3	A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana	PINHEIRO, José Milton Lopes. Universidade Federal de Juiz de Fora	2013
4	Tratamento Vetorial da Geometria Analítica Plana	GUERATO, Elisabete Terezinha. Universidade Bandeirante de São Paulo	2012
5	Aprendizagem Significativa, explorando alguns conceitos de Geometria Analítica: Pontos e Retas	CORREIA, Warley Machado. Universidade Federal de Ouro Preto	2011
6	Explorando conceitos de Geometria Analítica Plana utilizando Tecnologias da Informação e Comunicação: uma ponte do Ensino Médio para o Ensino Superior construída na formação inicial de Professores de Matemática	SANTOS, Ivan Nogueira dos. Universidade Federal de Ouro Preto	2011
7	Um Ambiente Virtual de aprendizagem para o Ensino Médio sobre Tópicos de Geometria Analítica Plana	CUNHA, Mário César. Universidade Federal de São Carlos	2009
8	O Gps como instrumento didático auxiliar no processo de Significação conceitual no Ensino da Geometria Analítica	BEZERRA, Nilra Jane Figueira. Universidade Luterana do Brasil	2006

Fonte: Autores (2021).

Quanto às dissertações selecionadas, em sua pesquisa, Furlani (2016) propôs uma abordagem alternativa para o ensino de geometria analítica no ensino médio, diferente das utilizadas nos livros didáticos e, para isso, o autor usou recursos computacionais através de uma sequência de atividades realizadas e disponibilizadas no *GeoGebra Book*, em que foram

incluídos conceitos de Vetores com a finalidade de facilitar o entendimento do assunto. A proposta foi desenvolvida em uma escola estadual da cidade de Itararé, estado de São Paulo, onde foi sugerida aos alunos da 3ª série diversas atividades autorais que possibilitam uma aprendizagem significativa.

Já Pinheiro (2013) propõe o trabalho com professores de matemática no empenho sobre atividades exploratórias e investigativas, em especial, no que se refere a Geometria Analítica Plana; ele usou como fundamentação, a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel nos ambientes *Virtual Math Teams with Geogebra* (VMTwG) e *Geogebra*. A pesquisa foi realizada em uma universidade pública de Minas Gerais com alunos do curso de licenciatura em matemática e professores convidados.

Em Correia (2011), têm-se contribuições da utilização das tarefas de investigação e exploração, com a utilização de *software* de geometria dinâmica para a aprendizagem significativa de alguns conceitos de Geometria Analítica, se limitando a pontos e retas. Como referencial teórico foram usadas as ideias de João Pedro da Ponte^{vii} e a Teoria de David Ausubel^{viii}. Para sua realização, foi proposta uma sequência de atividades para alunos de licenciatura em matemática de um Instituto Superior de Educação.

Enquanto isso, Santos (2011) propõe apresentar e/ou discutir o ensino de Geometria Analítica plana na perspectiva da educação matemática no ensino médio e no superior, a fim de contribuir para a formação de futuros professores de matemática; essa pesquisa foi realizada com alunos de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, a partir do desenvolvimento de atividades exploratórias com o *GeoGebra*.

Por outro lado, Cunha (2009) apresenta a construção de um ambiente virtual de aprendizagem sobre tópicos de geometria analítica plana, bem como sua aplicação em turmas do ensino médio público da cidade de Barra Bonita, interior de São Paulo; o ambiente, implementado na plataforma Moodle de educação à distância, é apoiado em visualizadores geométricos no *GeoGebra*. Como fundamentação, buscou embasamento nas teorias de Piaget, Vygotsky e Ausubel.

Finalmente, Bezerra (2006) investiga se o ensino da Geometria Analítica desenvolvido através do uso do GPS como um recurso pedagógico, resulta em uma aprendizagem significativa; o procedimento foi aplicado a alunos do curso de Licenciatura em Matemática,

O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica na disciplina de Geometria Analítica, da Universidade Luterana do Brasil, em Canoas no Estado do Rio Grande do Sul.

Novamente, observamos a escassez de teses de Doutorado quanto a temática pesquisada, encontramos apenas um trabalho sobre o tema (Quadro 5).

Quadro 5: Teses

Nº	Título	Autoria/Instituição	Ano
1	Investigação acerca do Ensino de Geometria Analítica numa abordagem baseada em Vídeos	MILANI, Maisa Lúcia Cacita. Universidade Estadual de Maringá	2018

Fonte: os autores (2021)

Na tese, Milani (2018) objetivou investigar possíveis evidências de aprendizagem sobre o conteúdo de Geometria Analítica junto a alunos do ensino médio, em ambientes de ensino nos quais foram utilizados vídeos digitais; a autora realizou uma pesquisa pautada na análise de conteúdo, no qual se utilizou sequências de aulas usando vídeos com base na Teoria Cognitiva da Aprendizagem Significativa e Multimídia. Quanto aos sujeitos, foram alunos da 2ª e da 3ª série do ensino médio de uma escola do Paraná.

Diante das pesquisas elencadas, vimos que a maioria dos trabalhos analisados trazem propostas de ensino para a Geometria Analítica plana com uso de Vetores, mas outros não. Algumas pesquisas se utilizam da teoria da Aprendizagem Significativa, no entanto não propõem um trabalho introdutório com o estudo de Vetores; portanto, as investigações que mais se assemelham à nossa, foram realizados em outros contextos de localização, cultura e realidade educacional.

Dessa forma, é importante ressaltar que nossa pesquisa se diferencia dos trabalhos apresentados, pois tem como foco introduzir o estudo de Geometria Analítica Plana a partir do estudo de Vetores no ensino médio, à luz da teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (1980).

Caracterizando a proposta de pesquisa

No que concerne à caracterização, esta pesquisa se propõe a introduzir estudos históricos que favoreçam perceber as conexões existentes entre Geometria Analítica Plana e Vetores com conteúdos da Matemática e/ou de outros saberes do currículo escolar, o que potencializa o estudo da Geometria Analítica Plana com tratamento no estudo dos Vetores. Após isso, pretendemos pôr em prática a organização didática construída de tal forma que esta possibilite a aprendizagem significativa nos termos propostos por David Ausubel (1980).

Assim, vislumbramos inserir o estudo da Geometria Analítica Plana a partir de um contexto da história da Matemática, para verificar em que parâmetros ou contextos se deram o desenvolvimento da Geometria Analítica e o do estudo dos Vetores, bem como de outros conhecimentos matemáticos que possam ter servido de subsunçores^{ix} para o desenvolvimento desses conhecimentos.

A organização didática foi posta em prática numa turma da 3ª série do ensino médio de uma escola da rede federal de ensino vinculada ao Primeiro Comando Aéreo Regional (I Comar), Ministério da Aeronáutica, na cidade de Belém, Pará.

Quando da construção da organização didática, usamos na primeira atividade a história da Matemática na perspectiva de Nunes, Almouloud e Guerra (2010), os quais descrevem essa perspectiva no sentido de utilizar o contexto da história da Matemática como Organizador Prévio. Os textos selecionados enfocaram a construção do conhecimento da Geometria Analítica e dos Vetores com o objetivo de que o aluno identificasse como se deu essa construção, além do que lhe permitissem identificar os conceitos subsunçores de ambos os conteúdos.

Nossa pesquisa, portanto, caracteriza-se como sendo de natureza qualitativa do tipo etnográfica, por promover uma observação participante, “a qual o pesquisador tem sempre um grau de interação com a situação estudada, afetando-a e sendo por ela afetado” (ANDRÉ; DALMAZO, 2005, p. 28). Ademais, o uso da etnografia propõe que a relação entre pesquisador e objeto pesquisado seja de interação constante, ou seja, o pesquisador é o instrumento principal na análise e na coleta dos dados. Outro fator que a enquadra como uma etnografia na educação diz respeito a dar ênfase no processo, naquilo que está ocorrendo, e não no resultado final.

A organização didática construída foi posta em prática numa escola federal de ensino fundamental e médio localizada na cidade de Belém (PA) e para a realização da intervenção, nessa turma de ensino médio escolhida, baseados na grade curricular da escola, ou seja, o objeto do conhecimento relacionado à Geometria Analítica e Vetores consta no programa da 3ª série como preparatório para o acesso ao nível superior.

Assim, a intervenção foi realizada numa turma composta por 42 alunos no decorrer de 4 encontros com uma carga horária semanal de 3 horas aulas de 45 minutos, essa turma

O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica
apresentava faixa etária que vai de 16 anos até 19 anos e a produção escrita, objeto de análises, foi construída pelos alunos, organizados em 7 grupos.

A História da Matemática como Organizador Prévio

Em um primeiro momento da organização didática, de acordo com a investigação e a reflexão realizada sobre a prática com o ensino da Geometria Analítica Plana e dos Vetores, podemos identificar como conceito mais relevante e integrativo destes conteúdos o Sistema de Coordenadas, que, de acordo com a teoria ausubeliana, é preciso priorizá-lo, ou seja, buscar integrá-lo de forma significativa à estrutura cognitiva do aprendiz, num certo nível de primazia em relação aos outros conceitos.

A estrutura da proposta de ensino da Geometria Analítica Plana e dos Vetores, buscou as interconexões existentes entre esses conteúdos e as conexões com outros conteúdos da Matemática e/ou de outras áreas de conhecimento e foi desenvolvida a partir dos conhecimentos que o aluno já possuía, numa perspectiva de relacioná-lo com o novo conhecimento, visando a uma aprendizagem significativa; assim, entendemos que “O mais importante fator isolado que influencia a aprendizagem é o que o aprendiz já sabe. Determine isto e ensine-o de acordo” (AUSUBEL, 1968 *apud* NOVAK, 1981, p. 9).

Na busca da interação entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos na Teoria Cognitivista, encontramos alguns caminhos para a proposta de ensino da Geometria Analítica Plana e dos Vetores, visando, como dissemos, a uma aprendizagem significativa, pois uma das preocupações desse teórico é como ocorre o processo da aprendizagem, dando ênfase à aprendizagem significativa e à descoberta da sequência hierárquica dos conceitos a serem estudados. Para ele Ausubel (1982), a aprendizagem se dá via organização e integração entre o novo conhecimento e os conceitos já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende; ela só se dá significativamente se o novo conhecimento for ancorado em conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva.

Essa aprendizagem é uma teoria cognitivista da construção de significados que se opõem à aprendizagem por repetição e memorização (mecânica); nela a aquisição e retenção do conhecimento é o produto de um processo de interação, ativo, integrador, entre o conteúdo de ensino e ideias relevantes presentes na estrutura cognitiva do aluno, ressaltando-se que as aquisições são relacionáveis de forma bem particular.

Para Ausubel, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva. [...] A estrutura cognitiva entendida como conteúdo total de ideias de certo indivíduo e a sua organização; ou conteúdo e organização de suas ideias em uma área particular de conhecimentos (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 4).

Moreira e Masini (1982) nos afirmam que para Ausubel o armazenamento de informações é altamente organizado, formando uma espécie de hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados e assimilados a informações (no sentido de conceito, ideias, proposições) mais gerais e inclusivas; essa hierarquia conceitual é chamada de estrutura cognitiva.

Dessa forma, em um primeiro momento, foram trabalhados organizadores prévios, como a história da Matemática no que diz respeito à temporalidade do surgimento da Geometria Analítica e dos Vetores, visando a incentivar a descoberta das possíveis conexões deste com outros assuntos não só dentro da Matemática, mas também com assuntos de outras áreas do conhecimento.

Organizadores prévios são materiais introdutórios que possuem um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade do que o próprio material de aprendizagem; eles servem para suprimir a lacuna entre o que o aluno já sabe e o que deverá aprender e podem ser representados por uma pergunta, um filme, um texto, um problema, ou seja, atividades que ofereçam ideias essenciais mais inclusivas ou ainda apontando quais ideias anteriores precisam ser retomadas e delineadas.

É também objetivo desses organizadores prévios detectar a existência dos conhecimentos que os alunos já possuem, como por exemplo, semelhança de triângulos, lei dos cossenos e outros da geometria euclidiana e da álgebra; caso não seja detectada a existência desses conhecimentos necessários para a aprendizagem da geometria analítica e Vetores, será função dos organizadores prévios fornecê-los. Ao realizar levantamento no contexto histórico da Matemática, mais precisamente na epistemologia da Geometria Analítica, foi possível identificarmos conexões entre os conteúdos da Geometria Analítica Plana e outros conteúdos da matemática ou de outras ciências.

Após levantamento realizado nos livros didáticos, concluímos que no ensino médio as organizações matemáticas propostas para geometria analítica plana, apresentam-se de forma desconectada de outros conteúdos e acreditando que, possivelmente o aluno ao evidenciar estas conexões possa construir o conhecimento desse objeto matemático de forma mais significativa é que propomos construir praxeologias matemáticas para esses conteúdos que, além de realizar a clarificação das conexões dos mesmos, também buscasse

outras conexões não só dentro da Matemática, mas também com conteúdos de outras disciplinas.

Essa etapa serviu como um organizador prévio para a construção da organização didática; nesse sentido, a nossa primeira praxeologia utilizou a história da Matemática como organizador prévio que passamos a descrever a seguir.

Atividade: contando a história da geometria analítica e dos vetores

Como primeira atividade da organização didática foi proposta, aos alunos, uma pesquisa na história da Matemática a respeito do surgimento da Geometria Analítica e dos Vetores, objetivando a construção de um texto, destacando em que parâmetros ou contextos deram-se o desenvolvimento da Geometria Analítica e do estudo dos Vetores, bem como de outros conhecimentos matemáticos que possam ter servido de alavanca para o estudo e desenvolvimento destes conhecimentos, destacando também a importância dos mesmos para a Matemática e suas aplicações no estudo de outras áreas.

O objetivo dessa atividade foi motivar o aluno, buscando despertar o interesse pelo estudo dos conteúdos, e para que possa perceber a importância do estudo da Geometria Analítica Plana, bem como lhes possibilitar possíveis identificações de conhecimentos prévios que possam servir como conceitos subsunçores, que são conceitos específicos hierarquicamente organizados na estrutura cognitiva do indivíduo.

A atividade ocorreu em duas etapas: na primeira, foi proposto que os alunos fizessem pesquisa sobre a epistemologia da Geometria Analítica e dos Vetores e lhes foram indicados alguns sites como o Google^x e a Enciclopédia Wikipédia^{xi}, além disso, eles estavam livres para realizar a pesquisa que poderia ser feita não só necessariamente na *Internet*, mas também na biblioteca da escola e/ou em outras fontes de pesquisa.

No encontro subsequente, foram oferecidos aos alunos três livros que tratam da história da Matemática. Os autores dos livros eram Boyer (1974), Eves (2004) e Struik (1989); além desse material, foram também disponibilizados dois textos, selecionados da *Internet* por conterem, numa linguagem bem acessível, um breve histórico da produção dos conteúdos, objetos da atividade. Os textos foram: “Surgimento da Geometria Analítica” (DOMINGUES, 2006) e “Uma breve história dos Vetores e seus amiguinhos” (MARCIO, 2005). Esses materiais foram ofertados no intuito de oportunizar aos alunos um maior leque de informações para realizar a atividade proposta.

Num primeiro momento, os alunos realizaram as pesquisas individualmente, em seguida, houve a socialização das pesquisas que se deu em grupos, pois a turma foi dividida em 7 grupos, com uma média de 6 alunos em cada. Nessa aula, os alunos se reuniram e debateram a atividade, a qual propunha a construção de uma narrativa que descrevesse os resultados da pesquisa, considerando os itens enfocados na atividade.

Após o debate inicial, apoiado na pesquisa extraclasse realizada individualmente e na pesquisa realizada em grupo na sala de aula nos materiais disponibilizados, começou a segunda etapa da atividade que foi a construção do texto que expressa os resultados da pesquisa, no sentido de identificar como se deu a produção do conhecimento da Geometria Analítica e dos Vetores e de observar as conexões existentes entre esses conteúdos e outros da própria Matemática ou de outras disciplinas.

Construídos os textos, cada grupo expôs a sua produção a fim de socializar as informações adquiridas. Ao término das apresentações, foi proposta a elaboração de um texto que representasse as conclusões da turma a respeito da epistemologia da Geometria Analítica e dos Vetores que foi aceita pela turma, a qual indicou um representante de cada grupo para compor a comissão elaboradora do texto final.

A apresentação das narrativas de cada grupo se deu por meio de exposição oral e escrita, das quais apresentaremos o resultado da produção escrita dos grupos que compuseram essa atividade. A seguir destacaremos alguns trechos das produções, como a realizada pelo grupo 5.

Há divergências de opinião sobre quem inventou a Geometria Analítica e mesmo sobre a época que merece o crédito dessa invenção. É óbvio, porém, que para responder a essa questão é preciso antes que haja um entendimento a respeito do que constitui a Geometria Analítica. Já vimos que os gregos antigos dedicavam-se consideravelmente à álgebra geométrica e que a ideia de coordenadas foi usada no mundo antigo pelos egípcios e os romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas. Pesa particularmente a favor dos gregos o fato de que Apolônio ao deduzir o cerne da geometria das secções cônicas, o que hoje seria equivalente geométrico de certas equações cartesianas dessas curvas, uma ideia que parece ter se originado com Menelau. No sec XVI Nicole Oresme antecipou outros aspectos da Geometria Analítica ao representar graficamente certas leis, confrontando a variável dependente (latitude) com a independente (longitude) à medida que se permitia que essa última sofresse pequenos acréscimos. Os que defendem Oresme como o inventor da Geometria Analítica argumentam com esse aspecto de seu trabalho, que seria a primeira manifestação explícita da equação da reta, e com algumas outras noções a que chegou envolvendo espaços de dimensões superiores. [...] Sem dúvidas, só depois da contribuição dada por esses homens (René Descartes

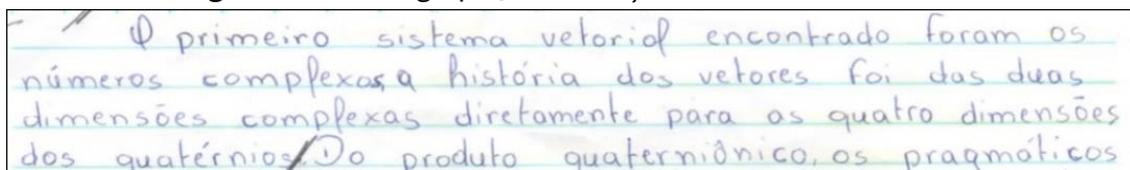
O contexto da história da matemática como organizador prévio: o caso da geometria analítica

e Pierre de Fermat) à Geometria Analítica é que esta ganhou os contornos iniciais da forma com que estamos familiarizados. (produção transcrita do Grupo 5)

Nesses exemplos, observamos que, como os demais grupos, os alunos destacaram que os estudos da Geometria Analítica e dos Vetores não surgiram como fruto da ideia de uma pessoa e nem em um único momento histórico, na verdade, essa construção se deu ao longo da história da humanidade.

Quanto à produção do conhecimento em relação ao estudo dos Vetores, destacamos o seguinte trecho da narrativa do grupo 5 (Figura 1).

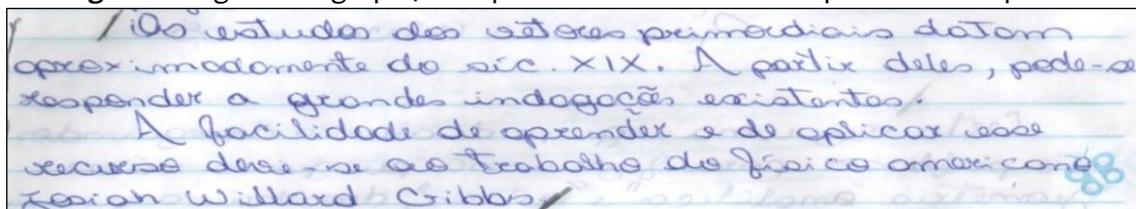
Figura 1: relato do grupo 5 com relação ao estudo dos Vetores



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

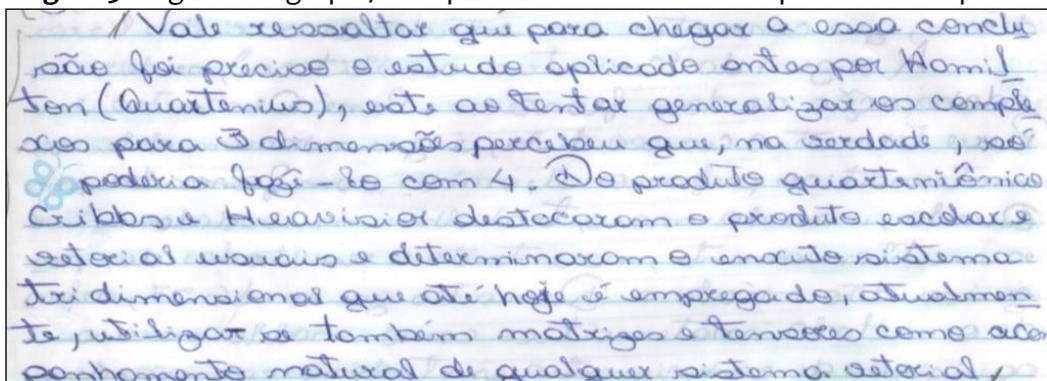
Como podemos observar, o grupo enfatiza o surgimento do estudo dos Vetores a partir da representação de números complexos, o que nos permite destacar a conexão existente entre Vetores e números complexos. Já o grupo 7 evidenciou a construção do estudo dos Vetores, nos propõe as seguintes informações (Figura 2, 3 e 4):

Figura 2: Registro do grupo 7 a respeito de estudar vetores a partir dos complexos

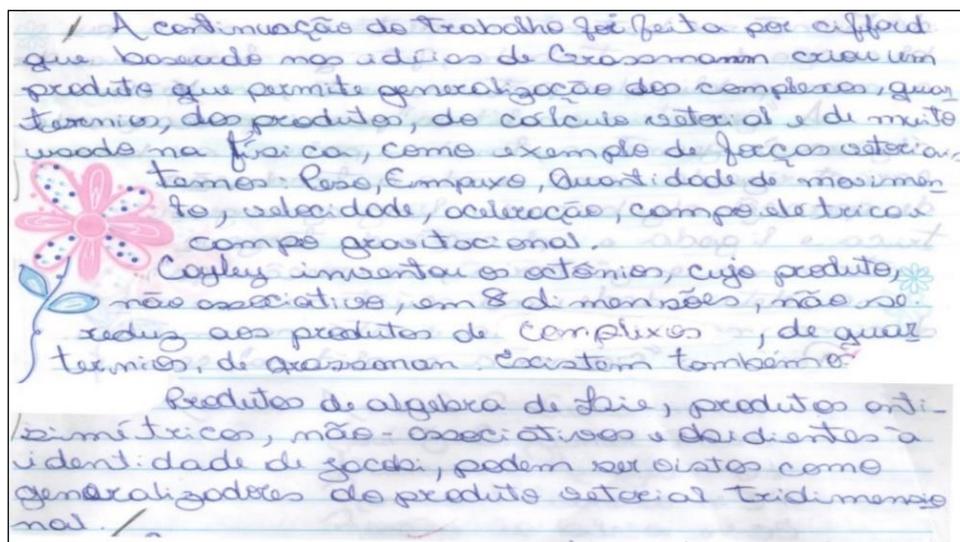


Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Figura 3: Registro do grupo 7 a respeito de estudar vetores a partir dos complexos



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Figura 4: Registro do grupo 7 a respeito de estudar vetores a partir dos complexos

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Nessa atividade, observamos a existência de vários debates em relação aos conceitos que surgiram na história da produção da Geometria Analítica e dos Vetores, dentre eles, o debate que mais chamou a atenção aconteceu no grupo 7.

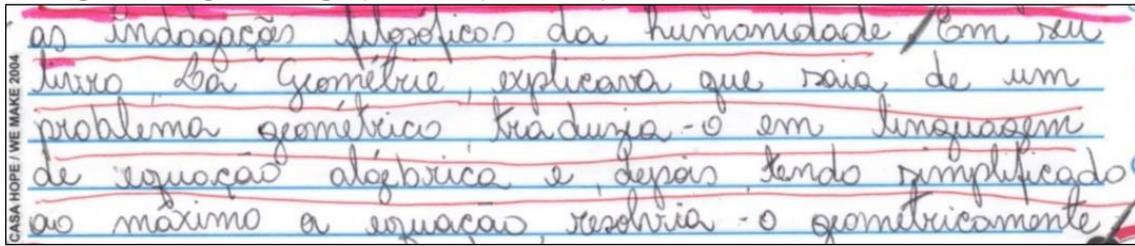
O conceito motivador desse debate foi o conceito de Quartênios; os alunos tentavam explicar o que seria, a partir da ideia que a palavra expressava. Nesse contexto, um dos alunos descreveu Quartênios como sendo um sistema de quatro dimensões, o que provocou na equipe outras indagações a ponto de montar graficamente este sistema.

Após vários diálogos, os alunos concluíram que, para representar graficamente um sistema com três dimensões, já se tem certa dificuldade; então, seria impossível fazer a construção gráfica do sistema de quatro ou de cinco dimensões.

Esse episódio nos mostra a importância do resgate histórico para o ensino e a aprendizagem da Matemática, pois o mesmo, além de possibilitar o entendimento de como se deu a construção dos conceitos próprios da disciplina, neste caso da Geometria Analítica e dos Vetores, promoveu também vários momentos de indagação e investigação desses conceitos por parte dos aprendizes, o que lhes possibilitou identificar algumas conexões existentes.

Outra questão relevante que destacamos nas narrativas é a ideia central do que seja a Geometria Analítica e os Vetores, como destaca o grupo 7 (Figura 5); o que é reforçado pelo grupo 4 (Figura 6).

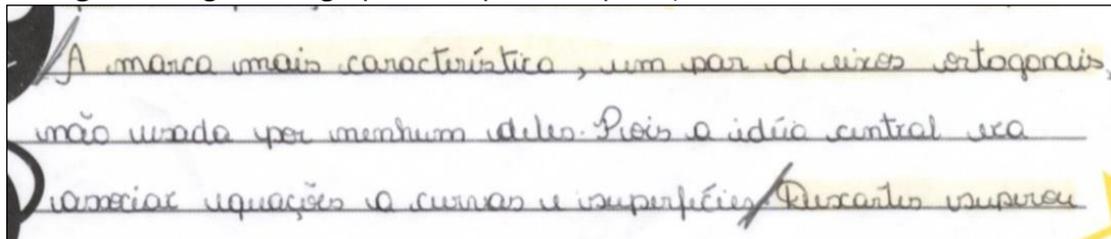
Figura 5: Registro do grupo 7 a respeito do que seja a Geometria Analítica e Vetores



as indagações filosóficas da humanidade / Com seu luxo, a Geometria, explicou que saia de um problema geométrico traduzia-o em linguagem de equação algébrica e, depois, tendo simplificado ao máximo a equação, resolvia-o geometricamente

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Figura 6: Registro do grupo 4 a respeito do que seja a Geometria Analítica e Vetores



A marca mais característica, um par de eixos ortogonais, não usada por nenhum idote. Pois a ideia central era resolver equações de curvas e superfícies / Durante o processo

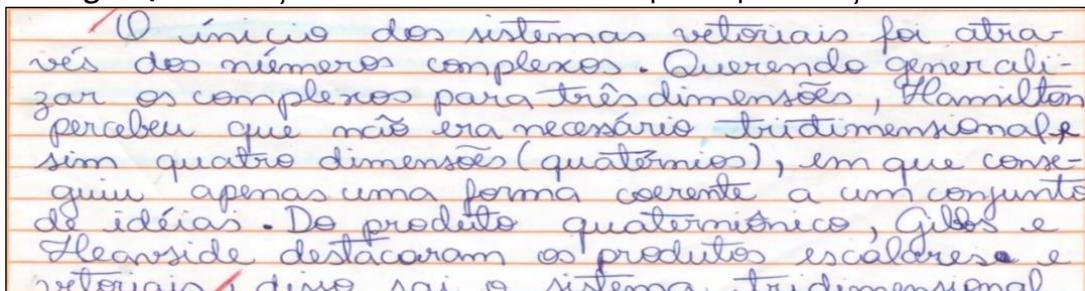
Fonte: Dados da pesquisa (2021).

O texto desses grupos enfatiza a importância do sistema de coordenadas para o estudo da Geometria Analítica Plana, pois o mesmo servirá de referencial para a construção das curvas que teriam sido traduzidas de expressões algébricas.

Essa ideia reforça o que já tínhamos citado anteriormente, ao considerarmos o conceito de sistema de coordenadas como o mais inclusivo e integrativo da Geometria Analítica Plana e que é um conceito integrativo da Geometria Analítica Plana com o estudo dos Vetores; sendo assim, poderemos utilizá-los como um conceito subsunçor, segundo Ausubel (1961), para aprendizagem significativa da Geometria Analítica Plana e dos Vetores.

De acordo com essas narrativas, o primeiro sistema vetorial que surgiu foi o dos números complexos e que, a partir do estudo destes, na tentativa de buscar sua generalização, é que ocorreu o aprofundamento do estudo, o qual levou à construção do sistema tridimensional para representação de Vetores; o que confirma o trecho da Figura 7.

Figura 7: Construção do sistema tridimensional para representação de Vetores

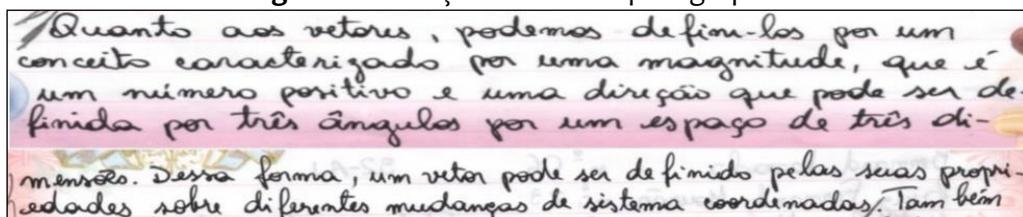


O início dos sistemas vetoriais foi através dos números complexos. Querendo generalizar os complexos para três dimensões, Hamilton percebeu que não era necessário tridimensional e sim quatro dimensões (quaternions), em que conseguiu apenas uma forma coerente a um conjunto de ideias. Do produto quaterniônico, Gibbs e Heaviside destacaram os produtos escalares e vetoriais, disso sai o sistema tridimensional

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

No que concerne à definição de Vetores, o grupo 6 a descreveu da seguinte maneira (Figura 8):

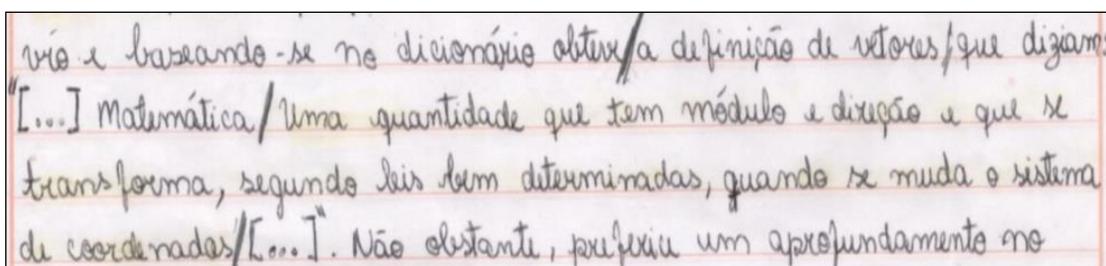
Figura 8: Definição de vetores pelo grupo 6



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Isso é reforçado pelo grupo 1 (Figura 9).

Figura 9: Definição de vetores pelo grupo 6



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

A atividade teve relevância para a proposta de ensino da Geometria Analítica Plana e dos Vetores, no sentido em que permitiu aos aprendizes a busca e a construção dos conceitos desses conteúdos a partir do contexto histórico em que ocorreram esses estudos.

Ademais, isso lhes pode ter permitido uma revisão na sua estrutura cognitiva de conceitos que, supostamente, estariam desconectados desses assuntos e que, na construção do conhecimento, serviram de subsunçores para o estudo da Geometria Analítica Plana e dos Vetores. Também enfatizamos o conceito de sistema de coordenadas, como o conceito mais inclusivo e agregador da Geometria Analítica Plana e dos Vetores.

Considerações finais

A realização desta pesquisa nos permitiu evidenciar as conexões existentes entre a Geometria Analítica Plana e o estudo dos Vetores, fato este que nos propiciou a construção das praxeologias didáticas e matemáticas para esses objetos matemáticos de forma conectada, ou seja, a Geometria Analítica Plana pode ser estudada tendo como fio condutor os Vetores; essas conexões nos permitiram visualizar caminhos que puderam responder a muitas das indagações por nós levantadas quando da reflexão sobre a prática com estes conteúdos.

Podemos também destacar que após a construção das praxeologias matemáticas, buscamos elaborar organizações didáticas que enfatizassem um resgate dos conhecimentos que o aluno já possuía na perspectiva de acomodação na sua estrutura cognitiva de novos conceitos. Isso nos permitiu observar a assimilação dos conceitos de forma organizada capaz de nos permitir concluir que possivelmente este foi um caminho para a aprendizagem significativa.

Inferimos que a aprendizagem não se dá de forma instantânea, significa dizer que a aprendizagem é uma construção a qual ocorre constantemente durante toda nossa vida; dia após dia estamos buscando, recebendo e acumulando conhecimentos, os quais segundo David Ausubel (1961), se estes forem acomodados organizadamente na estrutura cognitiva, possivelmente permitirá a aprendizagem significativa.

Vários episódios das organizações didáticas, quando da intervenção em sala de aula, ressaltam momentos de indagação por parte dos alunos, quanto a suas construções no sentido de questionar se o que haviam construído está certo ou errado; essas indagações refletiram a insegurança que os alunos têm quando postos a construir o conhecimento, porém as organizações didáticas lhes permitiam a observação da validade das suas construções, pois os momentos de socialização das atividades permitiam a construção de uma proposta articulando elementos da Teoria Antropológica do Didático e da Aprendizagem Significativa que sinaliza um modelo que articula as duas teorias.

Os momentos de socialização foram os momentos mais importantes de toda pesquisa, pois era justamente neles que se dava a interação dialógica entre os participantes da atividade, professor e alunos. Sendo assim podemos destacar a importância e a relevância da Teoria Antropológica do Didático, no que diz respeito à construção de praxeologias, e, mais especificamente de organização matemáticas e didáticas para o desenvolvimento de processos de estudos, no nosso caso da Geometria Analítica Plana.

Poderemos também apontar futuros estudos utilizando esta teoria com outros objetos matemáticos bem como em outros níveis de ensino, no sentido de contribuir não só com o processo de ensino-aprendizagem como também na formação de futuros professores de Matemática.

Referências

ANDRÉ, Marli Eliza; DALMAZO, Afonso. **Etnografia da prática escolar**. 12. ed. Campinas: Papyrus, 2005.

ASSEMANY, Daniella da Guia. **O Ensino e a Aprendizagem de Vetores no 1º Ano do Ensino Médio: uma reestruturação curricular.** CAP UFRJ (DEMAIS DADOS), 2011.

ASSEMANY, Daniella da Guia. **Uma nova proposta para Geometria Analítica no Ensino Médio.** CAP UFRJ. (DEMAIS DADOS), 2013.

AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D., HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional.** Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 1982.

BEZERRA, Nilra Jane Figueira. **O Gps como instrumento didático auxiliar no processo de Significação conceitual no Ensino da Geometria Analítica.** 2006, 101f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil. Canoas - RS, 2006.

BEZERRA, Nilra Jane Figueira; SCARTAZZINI, Luiz Sílvio. **Ensino-Aprendizagem da Geometria Analítica: uma proposta utilizando o GPS (Sistema de Posicionamento Global) como recurso didático e Fator de Motivação da Aprendizagem.** V Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. (DEMAIS DADOS), 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio.** Brasília, 1999.

BOYER, C. **História da Matemática.** Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1974.

CORREIA, Warley Machado. **Aprendizagem significativa, explorando alguns conceitos de Geometria Analítica: Pontos e Retas.** 167f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2011.

CUNHA, Mário César. **Um Ambiente Virtual de aprendizagem para o Ensino Médio sobre Tópicos de Geometria Analítica Plana.** 163f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática - Contextos e Aplicações.** São Paulo: Ática, 2012 (Ensino Médio – Vol. 1, 2 e 3)

DOMINGUES, Hygino H. **Surgimento da Geometria Analítica.** 2006. Disponível em: <www.somatematica.com.br>. Acesso em 14 de março de 2010.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática.** Tradução de Higinio Domingues. São Paulo: Unicamp, 2004.

FARAGO, Jorge Luiz. **Do ensino da História da Matemática a sua contextualização para a Aprendizagem Significativa.** 2003, 67f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, 2003.

FURLANI, Célio. **O uso de conceitos Vetoriais em Geometria Analítica no Ensino Médio com o auxílio do GeoGebra.** 2016, 132f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2016.

GENTIL, Nelson *et al.* **Matemática para o 2º grau.** v. 3. São Paulo: Ática, 1998.

GUERATO, Elisabete Terezinha. **Tratamento Vetorial da Geometria Analítica Plana**. 2012, 130f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo, 2012.

GUIMARÃES, Charles Zuconeli et al. **Como introduzir Geometria Analítica de uma forma diferenciada**. Escola de Inverno de Educação Matemática. 2º Encontro Nacional PIBID Matemática, Santa Maria - RS 2014.

IEZZI, Gelson, et al. **Matemática**. vol 1, 2 e 3. São Paulo: editora Atual, 2012.

LIMA, Elon lages et al. **A Matemática no ensino médio**, v. 3. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

LINDOSO, José Ribamar **Penha**. **Uma Nova Abordagem da Geometria no Ensino Médio usando Vetores**. 2013, 82f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Maranhão. São Luiz, 2013.

MACIEL, Paulo Roberto Castor; CARDOSO, Tereza Fachada Levy. A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. **Revista Bolema**. Rio Claro, SP, 2014.

MARCIO. **Uma breve história dos Vetores e seus amiguinhos**. 2005. Disponível em: <www.ime.unicamp.com.br>. Acesso em 18 de outubro de 2011.

MILANI, Maisa Lúcia Cacita. **Investigação acerca do Ensino de Geometria Analítica numa abordagem baseada em Vídeos**. 2018, 127f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2018.

MOREIRA, Marco A; MASSINI, Elcie S. F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Tópicos de Matemática Elementar: teoria dos números**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção do Prof. de Matemática, v. 28).

NOVAK, Joseph Donald. **Uma teoria de educação**. Tradução de Marco Antonio Moreira. São Paulo: Pioneira, 1981.

NUNES, José Messildo Viana. **História da Matemática e Aprendizagem Significativa da área do círculo: uma experiência de Ensino-Aprendizagem**. 109f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Pará. Belém, 2007.

NUNES, José Messildo Viana. Aprendizagem Significativa: despertando a Motivação Intrínseca via História da Matemática. **Aprendizagem Significativa em Revista**, UFRGS, 2014.

NUNES, José Messildo Viana; ALMOULOUD, Saddo Ag; GUERRA, Renato Borges. O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio **Revista Bolema**, Rio Claro-SP, 2010.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. São Paulo: Moderna, 2012. (Ens. Médio - vol.1, 2 e 3).

PINHEIRO, José Milton Lopes. **A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo- Investigativos de Aprendizagem: um estudo de conceitos de Geometria Analítica Plana**. 2013, 201f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, 2013.

RORATTO, Cauê. **A História da Matemática como estratégia para o alcance da Aprendizagem Significativa do conceito de Função**. 2009, 198f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá (UEM). Maringá, 2009.

RORATTO, Cauê; NOGUEIRA, Célia Maria Ignatins. Ensino de Matemática, História da Matemática e Aprendizagem Significativa: uma Combinação Possível. **Investigações em Ensino de Ciências**, UFRGS, 2011.

SANTOS, Ivan Nogueira dos. **Explorando conceitos de Geometria Analítica Plana utilizando Tecnologias da Informação e Comunicação**: uma ponte do Ensino Médio para o Ensino Superior construída na formação inicial de Professores de Matemática. 2011, 163f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2011.

SCORTEGAGNA, Gláucia Marise; MEZA, Elisangela dos Santos. **Uma Proposta para tornar Significativa a Aprendizagem em Geometria Analítica**. Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016.

SOUZA, Jaibis Freitas de. **Construindo uma Aprendizagem Significativa com História e Contextualização da Matemática**. 2009, 95f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2009.

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

STRUIK, D. **História concisa das Matemáticas**. Lisboa: Gradativa, 1989.

Notas

ⁱ Disponível em: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

ⁱⁱ Disponível em: <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>.

ⁱⁱⁱ Disponível em: <https://scielo.org/>.

^{iv} Disponível em: <http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

^v Disponível em: <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>.

^{vi} Disponível em: <https://scielo.org/>.

^{vii} Atividades investigativas e exploratórias.

^{viii} Aprendizagem Significativa.

^{ix} No sentido de conhecimento prévio que fará a ligação entre o conceito que o aluno já possui e o novo conceito.

^x Disponível em: www.google.com.br.

^{xi} Disponível em: www.wikipedia.org.

Sobre os autores

Roberto Carlos Dantas Andrade

Possui licenciatura pela Universidade Federal do Pará, mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará e doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará. Atualmente é professor da rede pública federal Escola Tenente Rego Barros e estadual Escola Eunice Weaver. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Didática da Matemática; Teoria Antropológica do Didático (TAD); Comunidade de Estudos. É Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas (GEDIM/UFPA).

Email: andradeetr@gmail.com Orcid: 000-0003-4231-1539

José Messildo Viana Nunes

Licenciado Pleno Em Matemática pela Universidade do Estado do Pará; com Aperfeiçoamento em Informática Educativa; Especialização em Educação Matemática (UEPA); Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas (UFPA) e Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor da Universidade Federal do Pará, com experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática e Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Argumentação em Matemática, História da Matemática, Didática da Matemática, Aprendizagem Significativa e Formação de Professores. Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas (GEDIM/UFPA). Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas (GEDIM/UFPA). Email: messildo@ufpa.br Orcid: 000-0001-9492-4914

Saul Rodrigo da Costa Barreto

Possui Graduação em Matemática, pela Universidade Federal do Pará (UFPA); Especialização em Educação Matemática; Mestrado em Ensino de Matemática, pela Universidade do Estado do Pará (UEPA) e atualmente é Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFPA). É professor da Secretaria de Estado de Educação-SEDUC. Tem experiência nas áreas de Matemática, Estatística, Educação Matemática, física e informática na Educação. Integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Matemáticas (GEDIM/UFPA). Email: saulmat2015@gmail.com Orcid: 000-0002-2398-743X

Recebido em: 26/02/2022

Aceito para publicação em: 23/03/2022