Programa de Pós-Graduação em Educação
Universidade do Estado do Pará
Belém-Pará- Brasil

Revista Cocar

Revista Cocar. V.15 N.33/2021 p.1-21 ISSN: 2237-0315

Logaritmo e proporcionalidade mobilizados em uma atividade com círculos de proporção (1633) na formação de professores de Matemática

Logarithm and proportionality mobilized in an activity with circles of proportion (1633) in the math teacher training

Verusca Batista Alves
Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará - UECE
Fortaleza-Brasil

Resumo
Este artigo tem como objetivo discutir como logaritmo e proporcionalidade são mobilizados através do manuseio do instrumento círculos de proporção, descrito no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633). Seguindo uma metodologia de cunho qualitativo e documental, delineou-se uma atividade para a formação de professores, cujo público foram os discentes do Programa de Mestrado Profissional de Matemática (PROFMAT). A atividade revelou características do movimento do pensamento, que tornaram possível reconhecer as ressignificações de alguns conceitos matemáticos, dentre eles, os conceitos de logaritmos e suas propriedades. As observações aqui discutidas nos ajudam a refletir e a direcionar as iniciativas voltadas às propostas de formação de professores de Matemática, através da inserção da história da Matemática.
Palavras-chave: Interface entre história e ensino de matemática; Instrumento matemático; Círculos de proporção.

Abstract
This article aims to discuss how logarithms and proportionality are mobilized through handling the circles of proportion instrument, described in The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument (1632/1633). Following a qualitative and documentary methodology, an activity for the training of teachers was outlined, whose audience was the students of the Professional Master's Degree Program in Mathematics (PROFMAT). The activity revealed characteristics of the movement of thought that made it possible to recognize the resignifications of some mathematical concepts, including the concepts of logarithms and their properties. The observations discussed here help us to reflect and direct initiatives aimed at training proposals for mathematics teachers, through the inclusion of the history of mathematics.
Keyword: Interface between History and Math Teaching. Mathematical Instrument. Circles of Proportion.

Introdução

A associação entre as áreas de história da Matemática e educação matemática é interesse de pesquisas acadêmicas que vêm se consolidando no Brasil[i]. Dentre as perspectivas tomadas, estudos, como os de Saito e Dias (2013) e Pereira e Saito (2019), agregam a essa temática, as discussões voltadas à construção de interfaces entre história e ensino de Matemática.

Tais propostas discutem "[...] propiciar a reflexão do processo histórico da formação do conceito matemático para elaborar ações (didáticas e/ou pedagógicas) e produtos que contribuam para o ensino de matemática" (PEREIRA; SAITO, 2019b, p. 406). Para isso, é possível tomar diversos recursos, tais como documentos históricos: tratados, textos, instrumentos ou, ainda, fotos, imagens, vídeos, dentre outros (ALVES, 2019; ALBUQUERQUE, 2019; OLIVEIRA, 2019; PEREIRA; SAITO, 2019a, 2019b). Desse modo, apresentamos aqui dados ancorados nessa temática, voltados à formação de professores de Matemática, como uma alternativa de integração e ressignificação de conhecimentos matemáticos.

Partindo, então, da incorporação de antigos instrumentos matemáticos[ii] para a formação de professores[iii], neste artigo, apresentamos alguns dos resultados referentes a uma pesquisa de mestrado, que teve como objeto os círculos de proporção, de William Oughtred (1574-1660), através do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633).

Assim, este artigo visa a discutir como logaritmo e proporcionalidade são mobilizados por meio do manuseio do instrumento círculos de proporção, descrito no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633), com base em uma interface entre história e ensino de Matemática. Para tal, propôs-se uma atividade para professores em formação continuada, a fim de indicar o movimento do pensamento tomado por eles a partir de suas ações de manuseio do instrumento matemático.

Para o desenvolvimento da atividade, foram selecionados os capítulos 1 e 2 do tratado *The Circles of Proportion...*, que apontam informações a respeito do instrumento e de como manuseá-lo. Portanto, este artigo divide-se em três partes: na primeira, apresentamos sobre os círculos de proporção em um breve contexto histórico; na segunda parte, indicamos a descrição da proposta da atividade e os pressupostos teóricos envolvidos e, por fim, na terceira, destacamos as ações referentes à atividade, dando ênfase às discussões sobre as possíveis ressignificações dos conceitos de proporcionalidade, logaritmos e suas propriedades.

Os círculos de proporção

Durante o século XVII, uma das principais ocorrências, registrada pela história da Matemática, foi o crescente interesse por instrumentos e aparatos que pudessem realizar medições e facilitar cálculos matemáticos. Esses instrumentos, que classificamos hoje como matemáticos, serviam a vários propósitos, sendo um deles o próprio ensino.

Um desses instrumentos, chamado de círculos de proporção (Figura 1), é, talvez, pouco conhecido no âmbito acadêmico brasileiro, principalmente, em pesquisas que envolvam a educação matemática. Já entre os historiadores da Matemática e da ciência, é um objeto conhecido, que carrega valor em vários aspectos, sejam eles matemáticos, históricos, sociais, culturais, dentre outros.

Figura 1 – Círculos de Proporção

Fonte: National Museum of Scotland (2021).

Ele é historicamente associado a William Oughtred (1574-1660), clérigo inglês, que dedicou parte de sua vida a estudos e à instrução sobre as matemáticas (CAJORI, 1916). A visão que Oughtred tinha sobre os instrumentos, inclusive os círculos de proporção, é que eles deveriam ser aparatos de medida e sua utilização só poderia ser realizada após o conhecimento das artes[iv] (OUGHTRED, 1633).

A partir desse posicionamento, ele foi autor de vários tratados, dentre eles, o *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633), que traz, em seu conteúdo, diversos conhecimentos matemáticos discutidos nos séculos XVI-XVII, associados aos seus círculos de proporção.

Oughtred (1633), indica, nos seus capítulos iniciais, como manusear os círculos para realizar algumas operações, tais como multiplicação e divisão para relações de proporção. Essas operações são a base para o estudo dos demais capítulos presentes, que envolvem temas como progressão geométrica, quadratura e cubagem de valores, duplicação e triplicação de proporção, medidas sólidas e espaciais e medidas de triângulos planos e esféricos (trigonometria).

Não iremos nos alongar em discutir sobre os aspectos históricos nos quais esse instrumento esteve inserido[v]. Na verdade, com base em nosso objetivo, discutiremos a respeito dos resultados de uma atividade elaborada para a formação de professores de Matemática, ancorada na proposta de construção de uma interface entre a história e o ensino de Matemática (SAITO; DIAS, 2013; PEREIRA; SAITO, 2019; SAITO, 2019).

Descrição da proposta de atividade

A partir de uma análise contextualizada sob os pressupostos de uma historiografia atualizada do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* (1632/1633), que contém a descrição das escalas dos círculos de proporção e a indicação de como manuseá-los, buscou-se elaborar uma atividade para a formação de professores, de modo que pudesse contemplar esse recurso proveniente da história.

Para o desenvolvimento dessa atividade, tomou-se, como base teórica, a proposta de construção de uma interface entre a história e o ensino de Matemática, concebida como um conjunto de ações e produções que visam a promover reflexões sobre o processo histórico relativo aos conhecimentos matemáticos, com o intuito de elaborar atividades didáticas que realizem essa articulação (SAITO; DIAS, 2013; PEREIRA; SAITO, 2019).

Associado a isso, também se seguiram os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino, que "[...] se apresenta como uma possibilidade de realizar a atividade educativa, tendo por base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento" (MOURA *et al.*, 2016, p. 95).

Assim, foi proposto um curso de extensão universitária para os dias 02/02/2019 e 09/02/2019, das 8h às 17h, com carga horária total de 16h/a, cujo público-alvo foram discentes do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

(PROFMAT), da Universidade Estadual do Ceará (UECE), que foram convidados a participar do curso em momento extracurricular à sua formação[vi].

Em relação ao quantitativo de vagas para o curso, ofertaram-se doze vagas, sendo que participaram, no primeiro dia de curso, os doze discentes, no entanto, no segundo sábado da proposta, somente nove compareceram. Além disso, eles foram organizados em grupos com três participantes, que aqui denotaremos de Grupo 1, 2, 3 e 4. O curso ocorreu no Laboratório de Matemática e Ensino[vii] da própria UECE, Campus Itaperi, em Fortaleza.

A organização para o desenvolvimento da atividade perpassou as etapas indicadas por Saito e Dias (2013) – 1) tratamento didático; 2) intencionalidade e plano de ação; 3) desenvolvimento, que explicaremos a seguir.

O tratamento didático consistiu na leitura prévia e na adaptação dos textos históricos, que foram utilizados na atividade (ALVES, 2019). Logo, os capítulos 1 e 2 do tratado *The Circles of Proportion... (1633)*, que foram escolhidos, tiveram seus textos traduzidos para o português. Além disso, identificou-se como necessária, também, a inserção de termos e expressões visando a melhorar a compreensão dos participantes, conforme será notado no decorrer deste texto. No entanto, destaca-se que esse tratamento foi realizado com cautela para que não houvesse a descaracterização do texto original ou a perda de sentido.

Já em relação à intencionalidade e ao plano de ação, indicados por Saito e Dias (2013):

> o que está em questão é o olhar do pesquisador para a potencialidade didática no intuito de articulá-la com o ensino de algum conceito matemático. Assim, uma vez delineada a intenção pela qual atividade foi elaborada, parte-se para o plano de ação, que consiste em planejar a aplicação das atividades. É por meio deste planejamento que a ação é orientada tendo em vista a prática em sala de aula (PEREIRA; SAITO, 2019, p. 349).

Desse modo, a atividade teve como principal objetivo que os participantes pudessem ressignificar alguns conceitos matemáticos conhecidos por eles até então, com base no manuseio do instrumento e na leitura de excertos do tratado, guiados pelas discussões propostas pela professora ministrante.

Sobre o desenvolvimento, tomou-se a atividade em quatro momentos, com seus objetivos específicos, como aponta o Quadro 1.

Quadro 1– Sistematização geral da atividade

<table>
<tr><th colspan="2">Título da atividade</th><td>A descrição e manipulação: identificando os conhecimentos matemáticos no instrumento círculos de proporção.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Objetivo Geral</th><td>(Re)significar alguns conceitos matemáticos através da manipulação dos círculos de proporção reconstruídos.</td></tr>
<tr><th rowspan="4">Objetivo específicos</th><td>Momento 1</td><td>Conhecer os círculos de proporção de William Oughtred a partir da leitura da descrição do instrumento contida na obra The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment (1633).</td></tr>
<tr><td>Momento 2</td><td>Compreender o processo de manipulação do instrumento círculos de proporção de William Oughtred, através de situações práticas.</td></tr>
<tr><td>Momento 3</td><td rowspan="2">Identificar os elementos matemáticos presentes no manuseio do instrumento com suporte à leitura do excerto.</td></tr>
<tr><td>Momento 4</td></tr>
</table>

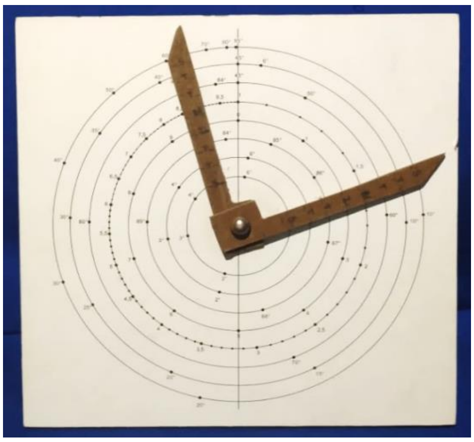
Fonte: Alves (2019).

O primeiro momento teve como objetivo que os participantes pudessem conhecer a respeito dos círculos de proporção a partir da leitura de um excerto do tratado. Para tanto, realizou-se uma aula expositiva para contextualizar os instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII, como os báculos, as barras de Napier e as réguas de cálculo, sobre quem os fabricava e qual eram as suas finalidades, pois:

> A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidade humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico (MOURA *et al.*, 2016, p. 118).

Também, foram entregues, a cada grupo, os círculos de proporção reconstruídos (Figura 2) de acordo com as características de Oughtred (1633) e o capítulo 1 do tratado, que fala sobre a descrição do instrumento.

Figura 2 - Círculos de proporção reconstruídos



Fonte: Acervo das autoras (2021).

É importante ressaltar que, diferente de outros tratados do período, como os de Ramus (1636) e de Figueiredo (1603), o *The Circles of Proportion* não detalha a construção do instrumento. No entanto, com base nas escalas propostas em Oughtred (1633), foi possível propor uma reconstrução dos círculos, que indicasse as mesmas propriedades e escalas semelhantes às apontadas por ele.

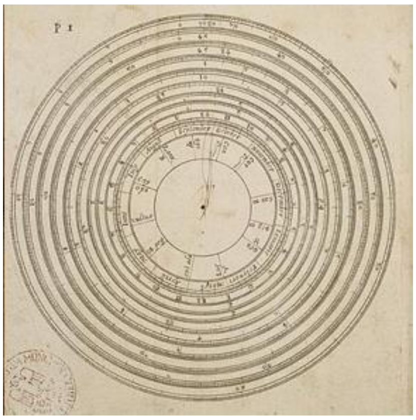
Para o desenvolvimento do primeiro momento, foi proposto que eles lessem um excerto de Oughtred (1633, p. 1)[viii], que diz:

> 1.Existem vários tipos de círculos, divididos depois de várias maneiras, junto com um indicador a ser aberto depois, à maneira de um par de compassos.
> 2.O primeiro, ou círculo mais externo é de senos, de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até quase 90 graus.
> 3.O segundo círculo é de tangentes de 5 graus e 45 minutos aproximadamente, até 45 graus.
> 4.O terceiro círculo é de tangentes de 45 graus até 84 graus e 15.
> 5.O sexto círculo é de tangentes de 84 graus até aproximadamente 89 graus e 25 minutos.
> O sétimo círculo é de tangentes de aproximadamente 35 minutos até 6 graus.
> O oitavo círculo é de senos de aproximadamente 35 minutos até 6 graus.
> 6.O quarto círculo é de Números Desiguais, que são anotados com os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1. Quer você os compreenda como números únicos, dezenas, centenas ou milhares, etc.
> O quarto círculo também mostra os verdadeiros ou senos naturais, e tangentes. Pois, se o indicador for aplicado a qualquer seno ou tangente, ele será o verdadeiro seno ou tangente no quarto círculo. E devemos saber que, se o seno ou a tangente estiverem no primeiro ou no segundo círculo, os números do quarto círculo significam tantos milhares. Mas se o seno ou tangente estiverem no sétimo ou oitavo círculo, os algarismos no quarto círculo significam tantas centenas. E se a tangente estiver no sexto círculo, os números do quarto círculo significam muitas vezes dez mil, ou todo o raio[ix].
> E por estes meios o seno de 23°30' será encontrado 3987; e o seno de seu complemento 9171. E a tangente de 23°30' será encontrada 4348 e a tangente de seu complemento, 22998. E o raio é 10000, que é o número 1 com quatro zeros ou círculos. E assim você pode descobrir tanto a soma [quanto] a diferença de senos e tangentes.
> 7.O quinto círculo é de Números Iguais, que são anotados com os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.
> Este quinto círculo é raro de qualquer uso, mas [é] somente por meio dele, [que] a distância dada de números pode ser multiplicada ou dividida, conforme necessário.
> A razão no qual [a] operação é, [dá-se] porque este quinto círculo mostra os Logaritmos dos números. Pois, se o indicador for aplicado a qualquer número no quarto círculo, ele será, no quinto círculo, cortado no Logaritmo do mesmo número, de modo que, ao logaritmo encontrado você prefixa uma característica (como o Mestre Briggs[x] o denomina) [que é] o número dos lugares dos inteiros propostos (que você pode preferir chamar de número Gradual). Assim, o logaritmo do número 2 será encontrado 0,30103. E o logaritmo do número 43,6 será encontrado 1,63949.
> Os números são multiplicados pela adição de seus logaritmos; e eles são divididos pela subtração de seus logaritmos.
> 8.A linha direita passando pelo Centro, em 90 e 45 [graus], eu chamo a Linha da Unidade, ou do Raio.

> 9.Aquele Braço do Indicador que em cada Operação é colocado no antecedente, ou primeiro termo, eu chamo de Braço Antecedente; e aquele que é colocado no termo consequente, eu chamo de Braço Consequente. (OUGHTRED, 1633. p. 1, tradução nossa)

Anexada a esse excerto, havia uma imagem dos círculos de proporção, conforme Oughtred (1633) (Figura 3).

Figura 3 - Círculos de proporção (1632/1633)



Fonte: Oughtred (1633, p. PI).

Sugeriu-se, aos grupos, que fizessem a leitura do excerto e buscassem compreender as escalas indicadas no instrumento. A partir das impressões, em todos os momentos, os grupos deveriam elaborar um relatório com as observações, que indicaria alguns elementos presentes no movimento do pensamento realizado pelos cursistas, como discutiremos no tópico seguinte.

No segundo e terceiro momentos do curso, o objetivo esteve direcionado para que os participantes compreendessem o processo de manipulação do instrumento, por meio de situações práticas. Seu desenvolvimento também foi com base em outro excerto, mais especificamente, o capítulo 2 de Oughtred (1633), que falava sobre como manusear os círculos de proporção e no qual o autor propunha situações para serem desenvolvidas.

> *Teorema*: Se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números dados.
> *Teorema*: Se de três números são dados, o segundo divide o primeiro e o quociente divide o terceiro; este último quociente será o quarto proporcional, aos três números dados. Também não é importante se os dois números após o primeiro serem segundo ou o terceiro.
> E note na *Proporção Recíproca,* aquele termo pelo qual a pergunta é feita; Mas, na *Proporção Direta*, o termo que é homogêneo a isso é o primeiro termo, ou o antecedente da primeira proporção. E, portanto, a partir desses fundamentos assim estabelecidos, (se você corretamente conceber *a natureza dos Logaritmos*), segue-se a descoberta do quarto proporcional por este Instrumento, do qual esta é a Regra. Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o

> primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado. [...] E por causa da *Multiplicação* e *Divisão*, temos [uma] certa proporção implícita: falaremos deles em primeiro lugar.
> Na multiplicação, como uma unidade é um dos fatores (de números serem multiplicados) assim é o outro como os fatores, para o produto.
>
> 1 .5 :: 4 . 20
>
> E o produto de dois números terá tantos lugares como os dois fatores, quanto menos deles exceder tantos dos primeiros números do produto: Mas se não exceder, terá um a menos. E na Divisão, como o Divisor é para uma Unidade; assim é o Dividendo, para o Quociente.
>
> 5 .1 :: 4 . 4/5
>
> E o Quociente terá tantos lugares, como o Dividendo tem mais que o Divisor se o Divisor exceder tantos [lugares] dos primeiros números do Dividendo, mas se não exceder, terá um lugar a mais. Portanto, tenha esta regra cuidadosamente em mente: que na Multiplicação o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1: E na divisão, o primeiro termo é o Divisor. E assim, a respeito das operações de Proporção, Multiplicação e Divisão, pensei em me encontrar para aconselhar menos daqui em diante Multiplicando, ou Dividindo, ou buscando uma quarta proporcionalidade, [pois] somos obrigados a repassar as mesmas coisas muitas vezes (OUGHTRED, 1633, p. 5, tradução nossa, grifo nosso).

Além disso, ainda foram disponibilizadas, aos grupos, questões retiradas de Oughtred (1633); trataremos de duas delas com mais detalhes na seção seguinte. O quarto momento do curso foi destinado a identificar os conhecimentos matemáticos presentes no manuseio do instrumento com suporte também da leitura dos excertos iniciais. É importante destacar que, em todos os momentos, as ações dos participantes foram orientadas pela professora ministrante durante suas realizações.

Assim, o curso completo esteve direcionado a momentos de compreensão das escalas do instrumento e do manuseio dele. Neste texto, discutimos os momentos 2 e 3, que tratam, especificamente, das etapas relacionadas à manipulação dos círculos de proporção.

Discutindo os resultados

A partir da entrega dos excertos e do instrumento reconstruído, todos os grupos realizaram o mesmo movimento de tentar associar aquilo que estavam lendo com o que de fato era executável no objeto. Essa manipulação esteve relacionada, principalmente, ao teste de valores, caracterizando uma forma de visualização do que Oughtred (1633) explica em seu tratado. Isso pode ser observado nos relatos dos Grupos 3 e 4[xi]:

> *Fizemos testes com os valores de senos e tangentes de ângulos notáveis, e obtivemos o valor esperado para o seno de 30° e tangente de 45° (GRUPO 4, 2019).*

> *[...] Testamos para saber se seria logaritmo natural ou decimal e concluímos que é decimal [...] podemos fazer o produtor dos valores no 4º círculo e*

> *teremos como resultado a soma dos valores do 5º círculo, bem como a divisão (GRUPO 3, 2019).*

Essa situação pode indicar uma necessidade de associação entre a abstração do conceito matemático e as possíveis situações práticas que ocorrem, especialmente no que diz respeito ao conceito de logaritmos. Além disso, alguns relatórios foram constituídos de repetições do texto contido no excerto, como aponta o Grupo 4 (2019), que apenas reescreveu as mesmas ideias do primeiro excerto:

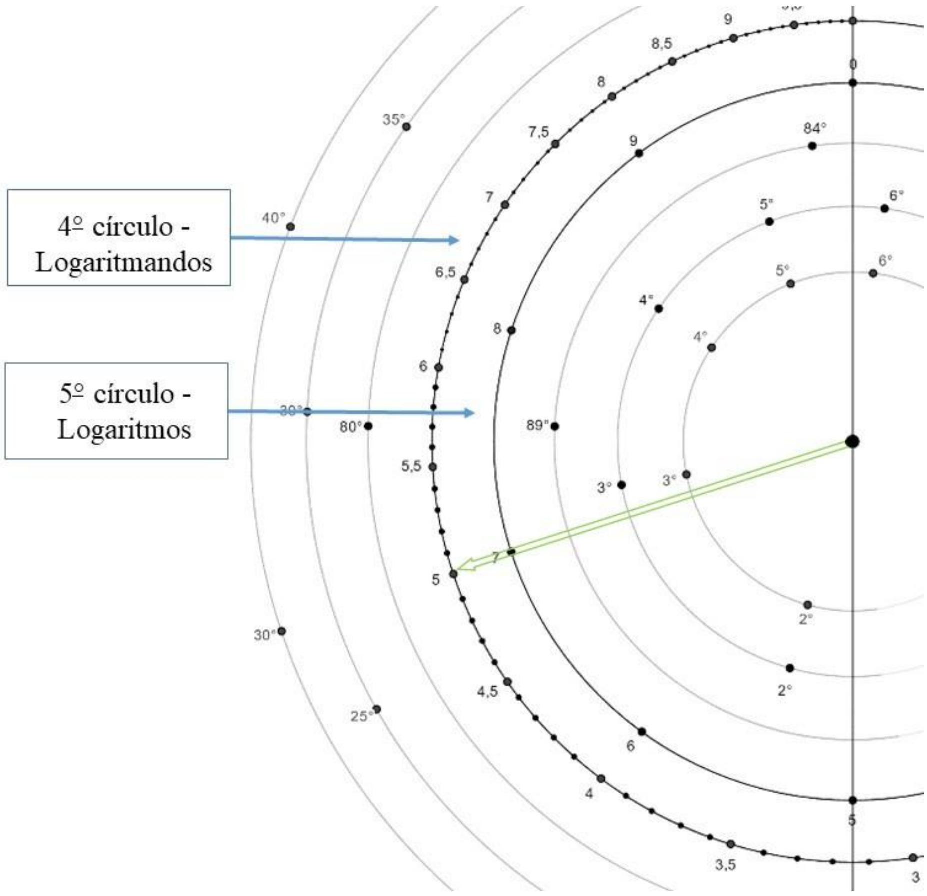
> *Numa segunda leitura, observamos que o primeiro, segundo, terceiro, sexto, sétimo e oitavo círculo corresponde aos ângulos, em graus, onde o primeiro e o oitavo são de senos e os demais de tangentes. O quarto círculo, de números desiguais, indicam os valores de senos e tangentes dos ângulos dos círculos citados multiplicando por uma potência de base 10. [...] o texto descreve a linha da unidade e o braço indicador do círculo de proporção. [...] O quinto círculo é de 'números iguais' que entendemos corresponder à distância circular entre os números (GRUPO 4, 2019).*

A partir da entrega do segundo excerto, no qual há a indicação de dois teoremas relacionados à proporcionalidade, os relatórios se tornaram mais objetivos e o posicionamento dos grupos passou a ser de "matematizar" a atividade, apontando justificativas para as situações de manuseio

A partir da execução da atividade, alguns conhecimentos matemáticos foram mobilizados/manipulados pelos cursistas, fossem para verificar a validade e comparar informações do século XVII com o XXI, fossem para ressignificar ideias pré-existentes. Daremos ênfase aqui às questões de proporcionalidade e logaritmos, apontadas em Oughtred (1633) e discutidas pelos cursistas durante a proposta de atividade.

Oughtred (1633) indica, em seu texto, que os 4º e 5º círculos (Figura 4) são destinados à leitura de valores relacionados a situações de multiplicação e divisão. Além disso, explica que "[...] a razão no qual [a] operação é, [dá-se] porque este quinto círculo mostra os Logaritmos dos números. Pois, se o indicador for aplicado a qualquer número no quarto círculo, ele será, no quinto círculo, cortado no logaritmo do mesmo número" (OUGHTRED, 1633, p. 3, tradução nossa). De acordo com o que explica Oughtred (1633), os indicadores podem ser utilizados de forma individual para apontar valores, como está na Figura 4.

Figura 4 – 4º e 5º círculos no Geogebra



Fonte: Elaborada pela autora (2019).

Para compreender aquilo que Oughtred (1633) explica, relembremos a definição dos logaritmos – "Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se **logaritmo** de b na base a o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b" (IEZZI *et. al*, 2013, p. 57). Ou seja, se $a, b \in \mathbb{R},\ 0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então, vale:

$$\log_a b = x \leftrightarrow a^x = b \qquad \begin{cases} a = base \\ b = logaritmando \\ x = logaritmo \end{cases}$$

Assim, pela Figura 4, quando o indicador (seta verde com origem no centro do instrumento) for posicionado no valor 5 no 4º círculo, o 5º círculo mostrará o valor correspondente ao log 5. Percebe-se que, no 5º círculo, o valor está próximo do número 7. Através das indicações de como proceder na leitura, seguindo o que explica Oughtred (1633), deve-se ler, dessa maneira, algo próximo a 0,7.

Com isso, observa-se que, ao indicar-se, no quarto círculo, um determinado valor, o quinto círculo mostra o seu logaritmo. Além disso, ele reforça que:

> [...] a partir desses fundamentos assim estabelecidos, (se você corretamente conceber a natureza dos Logaritmos), segue-se a descoberta do quarto proporcional por este instrumento. Abra os braços do Instrumento à distância do

> primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço consequente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado (OUGHTRED, 1633, p. 5, tradução nossa).

Percebe-se que, aqui, Oughtred (1633) indica uma segunda forma de manuseio, na qual utiliza, nesse caso, os dois indicadores do instrumento simultaneamente. Para mostrar a compreensão, os grupos apontaram a mesma estratégia, que esteve relacionada a: 1) manusear sempre o instrumento no intuito de validar a situação; 2) descrever matematicamente aquilo que estavam buscando explicitar (Figura 5).

Figura 5 – Grupo discutindo o manuseio dos círculos de proporção.[xii]

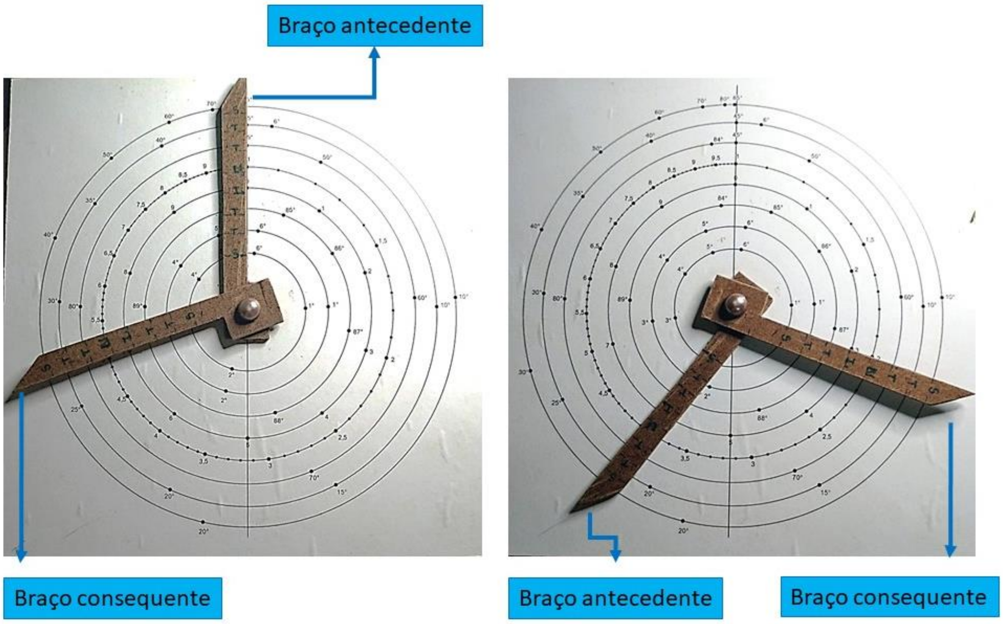
Fonte: Acervo das autoras (2019).

O Grupo 3 (2019), por exemplo, explica que: "Com base nas experiências com o instrumento de proporção, percebemos que a ideia de proporção de William está diretamente ligada à ideia de logaritmo decimal". Nota-se que o grupo faz uma relação específica com os logaritmos decimais, que, de fato, são a base presente na reconstrução do instrumento. No entanto, nenhum dos grupos questionou a respeito da base indicada em Oughtred (1633) e se a mudança de base dos logaritmos influenciaria no manuseio.

O mesmo grupo continua:

> *Se fixarmos os braços antecedentes e consequentes no 1 e 5 [figura 7], respectivamente, e deslocarmos o antecedente do 1 para o 4, o consequente vai para o 2, que por sua vez é menor que 5. Assim temos:*
> $$log\left(\frac{1}{5}\right) = log\left(\frac{4}{20}\right) = log\left(\frac{4}{2} * \frac{1}{10}\right) = log\left(\frac{4}{2}\right) + log\left(\frac{1}{10}\right) = log\left(\frac{4}{2}\right) - 1$$
> *Logo vemos que* $log\ \left(\frac{4}{20}\right)$ *é dez vezes menor que* $log\left(\frac{4}{2}\right)$*, de onde a igualdade será verificada somente quando dividirmos* $\frac{4}{5}$ *por 10, que significa multiplicar 2 por 10 (GRUPO 3, 2019).*

Figura 6 – Manuseio descrito pelo Grupo 3 – posição inicial e final do instrumento



Fonte: Grupo 3 (Dados da pesquisa).

Ao descreverem a relação indicada entre proporção e logaritmos, verifica-se que os participantes ressignificaram tais conceitos, uma vez que compreenderam a relação das propriedades dos logaritmos aplicadas no manuseio do instrumento. Isto é, embora a ideia de proporcionalidade não seja destacada na Educação Básica com relação aos logaritmos e às suas propriedades, o grupo atribuiu significado a essas propriedades por meio da proporção, revelando, portanto, um movimento do pensamento.

De modo semelhante, o Grupo 4 (2019) relata que:

> *Entendemos que uma das funções do quinto círculo é o cálculo de logaritmos na base 10. Para isso, um dos ponteiros é colocado nos números do quarto círculo (aplicando logaritmo decimal em cada um deles) o resultado estará no quinto círculo, no número em que o ponteiro sobrepor. É possível também realizar somas ou subtrações de logaritmos decimais, fazendo o produto ou divisão dos números do quarto círculo (GRUPO 4, 2019).*

Tanto no Grupo 3 quanto no 4, a associação com as propriedades dos logaritmos (produto e quociente) fica clara e, em termos algébricos atuais, equivale a:

$$\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

Apesar de eles não expressarem as condições de existência dos logaritmos ($0 < a \neq 1, b > 0\, e\, c > 0$), tomaram-na como verdade, já que o próprio Oughtred (1633) apenas relaciona com a possibilidade de operar com as propriedades dos logaritmos.

É interessante destacar que uma relação semelhante foi buscada pelo Grupo 1 (2019) – “[...] tivemos dificuldade de interpretação do texto devido passarmos muito tempo tentando perceber as relações envolvendo os logaritmos”. Nota-se que, apesar de destacarem a questão da dificuldade, o caminho escolhido por eles revela também um processo de ressignificação em andamento.

Ainda sobre o manuseio, outra observação, considerada apenas pelo Grupo 3 (2019), foi a ideia que relaciona o raio igual a 10.000, explicitado por Oughtred (1633). Eles explicaram que “[...] William Oughtred percebeu que se usasse o raio 10.000 facilitaria os seus cálculos, diminuiria os erros na notação científica” (GRUPO 3, 2019).

O mesmo grupo ainda disse que: “[...] em alguns momentos, tivemos uma certa dúvida pois esquecemos de trabalhar com a ideia do raio ser diferente, já que estamos condicionados a usar o raio unitário” (GRUPO 3, 2019). Percebe-se que o próprio termo “condicionado” usado pelo grupo revela uma compreensão restrita do conceito matemático envolvido. Assim, mesmo sendo professores de Matemática em atuação, a associação de um valor de raio diferente do que para eles é comum, o raio unitário, foi suficiente para a mobilização de outros conhecimentos matemáticos em busca da compreensão no decorrer da atividade.

Para reforçar o manuseio do instrumento, foram propostas questões retiradas do próprio tratado de Oughtred (1633). Uma questão proposta tratava da conversão de unidades e dizia: “Quantos pés e partes decimais de um pé tem em 17,3 polegadas?” (OUGHTRED, 1633, p. 42, tradução nossa). Oughtred (1633, p. 42, tradução nossa) segue indicando que “[...] se as medidas tomadas com uma régua [forem] divididas em polegadas e décimas de uma polegada, primeiro tire todos os pés inteiros e depois divida as polegadas restantes, com suas partes decimais, se houver 12” (OUGHTRED, 1633, p .42, tradução nossa).

Na resolução proposta por Oughtred (1633, p. 42, tradução nossa), ele sugere que:

> Primeiro tire o pé inteiro que é de 12 polegadas, e lá permanecerá 5,3 polegadas, que sendo dividido por 12, você terá quase 442 mil partes. Portanto 17,3 polegadas é 1,442 pés. E ao contrário 1,442 pés, serão reduzidos em 17,3 polegadas, sendo multiplicados por 12.

Ao buscarem compreender a resolução da questão, todos os grupos tiveram o movimento inicial de resolverem no papel, com os algoritmos e as propriedades referentes ao que necessitavam e, em seguida, tentaram manusear o instrumento. O Grupo 1 (2019), por exemplo, explica: "[...] usamos a quarta proporcional, $1: 12 = x : 17{,}3$, para determinar usamos o 4º círculo, onde o 1º braço em 1 e o 2º braço em 12, depois o 1º braço [deveria ser o 2º braço] em 17,3 e obtemos 1,442 aproximadamente [resultado no primeiro]".

A expressão escrita pelo Grupo 1 (2019) é algebricamente correta, no entanto, ao tentarem corresponder com o instrumento, houve uma confusão de nomenclatura em relação aos indicadores dos círculos de proporção, o que, segundo Oughtred (1633), corresponderia a uma multiplicação e não à divisão. Apesar disso, eles empregaram a ideia da quarta proporcional, conforme Oughtred (1633).

Já o Grupo 3 (2019) relata, em sua abordagem:

> *Entendemos que o texto propõe a conversão de polegadas em pés. Para tanto, ele propõe retirar 'um pé inteiro' que são 12 polegadas do valor a ser convertido. [...] para transformar 17,3 polegadas em pés, subtraímos 12 restando 5,3 que dividido por 12 dá aproximadamente 0,442 que somado ao pé inteiro temos 1,442 que é o valor convertido. Observamos que os cálculos feitos no círculo de proporção são feitos pelos logaritmos. Pela régua [círculos],*
> $log\, 5{,}3 \cong 0{,}724$ *e* $log\, 12 = log(4.3) = log\, 4 + log\, 3 = 0{,}602 + 0{,}477.$
> *Assim,*
> $$log\, 12 \cong 1{,}079.$$
> *Subtraindo* $0{,}742$ *e* $1{,}079$ *temos* $-0{,}355$.
> *Pela régua [os círculos],*
> $$10^{-0{,}355} \cong 0{,}442$$
> *que "bate" com a resposta. (GRUPO 3, 2019)*

Nota-se que eles associaram as propriedades dos logaritmos com a proporção indicada na questão, apontando que o processo matemático (algébrico) foi compreendido e ressignificado.

Em outra questão que foi proposta, Oughtred (1663, p. 48, tradução nossa) diz:

> Primeiro, portanto, a base deve ser encontrada, de que forma ela é, e então divida 1 por essa mesma base e o quociente será a altura de uma seção dele, que é igual a um pé sólido. [...] uma coluna ou pedaço de madeira, cujos lados são todos paralelos, tem a largura de 1,75 pés, e sua espessura é de 1,25 pés que, multiplicados juntos, o produto será de 2,1875. Divida, portanto, 1 por 2,1875 e o quociente será aproximadamente 0,457143. E tanto é a altura de um pé sólido, daquele pedaço de madeira.

Para a solução, o Grupo 1 (2019) indica o seguinte processo: "$1: 2{,}1875 = y: 1$, para determinar usamos o 4º círculo onde o primeiro braço em 1 e o segundo braço em 2,1875, depois o *segundo braço* em 1 e o primeiro vai aproximadamente 0,457143" (GRUPO 1, 2019, grifo nosso). Percebe-se que, agora, diferentemente da questão anterior, eles utilizam e descrevem o procedimento correto de divisão, de acordo com o que indica Oughtred (1633).

Aqui podemos inferir a possibilidade de o Grupo 1 não ter compreendido, de fato, como realizar o manuseio do instrumento em um primeiro momento. Além disso, é interessante destacar que é possível que a relação entre a proporção no manuseio e os conceitos relacionados aos logaritmos tenha ocorrido, ainda que de modo discreto.

O Grupo 3 (2019) realizou o mesmo processo para a resolução, em que descreveram, de maneira detalhada, os cálculos tomados. Eles explicam:

> [...] fala sobre a altura de um pé sólido de um pedaço de madeira. Para o cálculo, de multiplicar a largura e a espessura, $1{,}75\ x\ 1{,}25 = 2{,}1875$. Dividindo 1 por $2{,}1875$, teremos $0{,}457143$ que é o valor do pé sólido.
> Observando no círculo de proporção fizemos,
> $$\log(1{,}75.1{,}25) = \log(1{,}75) + \log(1{,}25) = 0{,}243 + 0{,}096 = 0{,}339.$$
> Assim,
> $$10^{0{,}339} = 2{,}1875.$$
> Seguindo o exemplo fizemos,
> $$\log(1{:}\,2{,}1875) = \log(1) - \log(2{,}1875) = 0 - 0{,}339 = \log 10^{-0{,}339} = 0{,}457143$$
> que é o valor procurado (GRUPO 3, 2019).

Verificamos, nessa explicação, que o Grupo 3 associou as proporções aos logaritmos e às suas propriedades, indicando a ressignificação dos conceitos, por meio do manuseio do instrumento. É necessário destacar que, embora a atividade priorizasse a manipulação dos círculos de proporção, os grupos deram ênfase a utilizar os cálculos no papel na busca pela compreensão de ideias. Além disso, isso não significa que os grupos não realizaram o manuseio do instrumento. Na verdade, tal situação aponta para as várias técnicas usadas por eles para compreender o processo da atividade. Consideramos esse movimento natural, dado que, para eles, é mais confortável essa ação, que facilitou a construção do conhecimento.

Considerações Finais

A proposta de atividade revelou interessantes momentos de mobilização de conhecimentos matemáticos através do manuseio do instrumento matemático. Um importante movimento realizado pelos cursistas se deu, principalmente, na testagem de valores, com o intuito de verificar se o instrumento, de fato, revelava a matemática indicada no texto. Esse movimento realizado pelos cursistas indica que eles tinham conhecimento dos conceitos em torno da proposta, visto que buscaram verificar se no instrumento eles eram válidos.

Dentre os conhecimentos que puderam ser mobilizados no manuseio do instrumento, a associação da ideia de proporção com os logaritmos e suas propriedades revelam um conhecimento ressignificado. Isso porque tais conteúdos são empregados de maneira distinta e distante na Educação Básica e não associados, como no instrumento. Logo, possibilita um conjunto de ações a serem tomadas, pois amplia o significado desses conceitos para esses professores, evidenciando outras características na associação desses conhecimentos.

Destacamos, também, que as dificuldades vivenciadas por alguns dos cursistas não indicam a não utilização de propostas semelhantes futuramente. Na verdade, o que percebemos é que, apesar das dificuldades, o manuseio do instrumento possibilitou a ressignificação de ideias condicionadas, que eram provenientes dos processos de ensino vivenciados por eles.

Ressaltamos que os estudos relacionados à interface entre história e educação matemática ainda se encontram em processo de construção e que cabe, futuramente, aprofundar a respeito dessa e de outras propostas elaboradas. Porém, as observações, aqui notadas, ajudam-nos a refletir e a direcionar essas iniciativas, considerando outros conhecimentos matemáticos que também podem ser mobilizados por meio do manuseio dos círculos de proporção.

Referências

ALBUQUERQUE, S. M. de. **Um estudo sobre a articulação entre a multiplicação contida no Traité de Gerbert (1843) e o ensino na formação de professores de matemática**. 2019. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, V. B.; BATISTA, A. N. de S. UMA BREVE DISCUSSÃO TEÓRICA ACERCA DO USO DE INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS HISTÓRICOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 3, n. 8, p. 48–59, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v3i8.76. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/76. Acesso em: 14 ago. 2021

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O instrumento "círculos de proporção" exposto na obra de William Oughtred (1633): um elemento na interface entre história e ensino de matemática. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p.89-108, 2018. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/pdemat/article/view/39043>. Acesso em: 08 mar. 2021.

_____. Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 16, n. 35, p. 74-88, abr. 2020. ISSN 2317-5125. Disponível em: <https://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/8275>. Acesso em: 14 ago. 2021. doi:http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v16i35.8275.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores.** 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A balhestilha (1603) como um instrumento matemático para o estudo de medidas na formação de professores de matemática. **Acta Scientiarum. Education, Maringá**, v. 43, p. 1-12, 23 nov. 2020. Universidade Estadual de Maringa. http://dx.doi.org/10.4025/actascieduc.v43i1.48188.

BRITO, A. J. Uma abordagem alternativa para o ensino de logaritmos: relações com PA e PG. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. (Org.). **História da ciência**: tópicos atuais 4. São Paulo: Livraria da Física, 2016. p. 11-32.

CAJORI, Florian. **William Oughtred:** a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Algumas considerações sobre o uso do báculo (baculum) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: Flores Salazar, J.; UGARTE GUERRA, F. (eds.). **Investigaciones en Educación Matemática**. Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 237-251.

CHAQUIAM, Miguel. **História da matemática em sala de aula:** proposta para integração aos conteúdos matemáticos. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 10 v. (História da matemática para o ensino).

D'AMBROSIO, U. Por que e como ensinar história da matemática. **REMATEC**, v. 12, p. 7-21, 2013.

FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos: esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclypses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relogios**. Lisboa. 1603.

IEZZI, Gelson et al. **Fundamentos da Matemática Elementar 2**: logaritmos. 10. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino:** Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para Professores).

_____. História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **REMATEC**, v. 12, p. 66-85, 2013.

MIGUEL, A. et. al. **História da matemática em atividades didáticas**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A história da matemática na formação do professor de matemática. **Caderno Cedes**, v. 40, p. 47-61, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MORAES, Michelle de Sousa. ***Setor Trigonal:*** Contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. 2017. 113f. Dissertação (Mestre em Docência para Educação Básica) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2017.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de *et al.* (Org.). A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, Manoel Oriosvaldo de (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016. Cap. 4. p. 93-125.

NATIONAL MUSEUM OF SCOTLAND. ***Calculating instrument, Sundial instrument, Double horizontal dial, Circles of proportion***. 2021. Disponível em: < https://www.nms.ac.uk/explore-our-collections/collection-search-results/?item_id=218890>. Acesso em: 14 ago. 2021.

OLIVEIRA, F. W. S. **Sobre os conhecimentos geométricos incorporados na construção e no uso do instrumento jacente no plano de Pedro Nunes (1502-1578) na formação do professor de matemática**. 2019. 200f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

_____. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Elias Allen, 1632.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 25, n. 13, pp.342-372, Jan./Abr., 2019a. Disponível em: <https://paginas.uepa.br/seer/index.php/cocar/article/view/2164/1085>. Acesso em: 08 mar. 2021.

_____. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizamos em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, pp. 405-432, 2019b. DOI: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p405-432

PEREIRA, Ana Carolina Costa; VASCONCELOS, Cleiton Batista. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: Apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Educação Matemática no Ceará.** Fortaleza: Premius Editora, 2014. Cap. 1. p. 9-27.

RAMUS, Petrus. **Via Regia Ad Geometriam**: The way to geometry. London: Thomas Cotes, 1636.

SAITO, Fumikazu. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para a formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, Rio Claro, v. 29, n. 62, p. 571-589, set/dez, 2019. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/educacao/article/download/14135/11298>. Acesso em: 08 mar 2021.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/26487/S1516-73132013000100007.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 19 dez. 2019.

SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Definições e Critérios para o Uso de Textos Originais na Articulação entre História e Ensino de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 223-241, jan. 2021. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a11. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/GKJzc6LWtwPNkz8d98cvyGG/?lang=pt&format=pdf. Acesso em: 12 ago. 2021.

SOUSA, Giselle Costa de. História da Matemática e Tecnologias de Informação e da Comunicação. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa; ALVES, Francisco Régis Vieira (Org.). ***Ciências e Matemática:*** investigações no ensino. Curitiba: CRV, 2016. p. 51-66.

Notas

i Para consultar estudos a respeito, sugerimos ver: Brito (2016), Castillo e Saito (2016), Chaquiam (2015), D'Ambrosio (2013), Saito e Dias (2013), Mendes (2013, 2015), Miguel (2009), Miguel e Brito (1996), Miguel e Miorim (2005), Moraes (2017), Silva e Pereira (2021) e Sousa (2016).

ii Consideram-se aqui, como "matemáticos", os instrumentos confeccionados destinados a medir quantidades, dentre os quais, estão os instrumentos de agrimensura, astronômicos e náuticos (ALVES; BATISTA, 2018).

iii Existem diversos estudos que se delineiam segundo essa proposta. Vide, por exemplo: Alves (2019), Albuquerque (2019), Oliveira (2019), Batista (2018), Pereira e Saito (2019a, 2019b), Saito (2019), Alves e Pereira (2020), Batista e Pereira (2021).

iv O termo 'artes' é uma denominação que surge na dedicatória de *The Circles of Proportion ... (1633)*, que se refere aos conhecimentos matemáticos e de outras ciências.

v Indicamos, para aprofundamento sobre o contexto histórico, consultar: Alves (2019) e Alves e Pereira (2018).

vi Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, sob n° 3.207.189 e CAAE: 08817119.5.0000.5589. E parecer do Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Ceará, sob n° 3.285.573 e CAAE: 08817119.5.3001.5534.

vii O nome oficial é Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LAbMAtEn/UECE), mais conhecido como Laboratório de Matemática e Ensino, oficializado em 1998 (PEREIRA; VASCONCELOS, 2014).

viii Como se trata de um tratado do século XVII, optamos por apresentar por completo o texto indicado para a leitura dos participantes, a fim de proporcionar ao leitor uma melhor clareza sobre os resultados discutidos neste artigo.

ix Na notação da época, o raio equivalia a 10.000.

x Henry Briggs (1561-1630), matemático inglês responsável por estudos referentes aos Logaritmos de base 10.

xi É importante explicar que os quatro grupos estiveram envolvidos nas atividades. No entanto, destacamos aqui apenas alguns trechos dos Grupos 3 e 4, por expressarem, com mais detalhes, suas impressões nos relatórios propostos.

xii Seguindo o que indica o Comitê de Ética e Pesquisa, as imagens de rosto dos participantes foram desfocadas

Sobre os autores

Verusca Batista Alves
Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará. Docente do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará.
E-mail: verusca.batista@uece.br ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9884-679X

Ana Carolina Costa Pereira
Pós-doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Mestra em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho e licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará. Docente adjunta do curso de Licenciatura em Matemática e da Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará e do Programa de Pós-Graduação de Ensino em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará.
E-mail: carolina.pereira@uece.br ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3819-2381

Recebido em: 22/08/2021
Aceito para publicação em: 11/09/2021