

## Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?

*Identification and explanation of logic mathematics concepts in text trends of literature: what students register?*

Érica Gambarotto Jardim Bergamim

Rodrigo Martins

Mariana Moran

Universidade Estadual de Maringá – UEM

Maringá-Paraná-Brasil

### Resumo

Apresentamos, neste artigo, os resultados de uma pesquisa realizada com 21 alunos matriculados em turmas de primeiro e segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Estadual localizada no norte do Paraná. A pesquisa desenvolvida teve como objetivo investigar se os participantes identificam os conectivos lógicos e os princípios da lógica em um contexto de trechos extraídos de textos da literatura e se apresentam dificuldades para explicar o significado desses conceitos. O instrumento utilizado para produção dos dados consistiu em 2 tarefas propostas aos estudantes durante um dos encontros do Programa de Iniciação à Docência - PIBID (2018-2019) do subprojeto Matemática. A abordagem metodológica da pesquisa foi de natureza qualitativa, com caráter interpretativo, utilizando como estratégia de investigação dos dados a análise da produção escrita dos discentes, pautada na pesquisa exploratória. As análises das produções escritas dos alunos mostram que eles identificam os conectivos lógicos e os princípios da lógica matemática, porém, manifestam dificuldades no que se refere a explicar seus respectivos significados no contexto dos textos da literatura.

**Palavras-chave:** Lógica. Literatura. Conectivos lógicos.

### Abstract

In this article, we present the results of a research carried out with 21 students of the first or second year of the degree course in Mathematics of a State University located in the north of Paraná. The aim of the research was to investigate whether the participating students identify the logical connectives and the principles of logic in a context of excerpts extracted from texts of the literature and present difficulties to explain the meaning of these concepts. The instrument used to produce the data consisted of two tasks proposed to the students during one of the meetings of the Initiation to Teaching Program - PIBID (2018-2019) of the Mathematics subproject. The methodological approach of the research was qualitative in nature with an interpretive character, using as analysis strategy the analysis of the students' written production, based on the exploratory research. Analyzes of students' written productions show that they identify logical connectives and the principles of mathematical logic, but they manifest difficulties in explaining meaning in the context of literature texts.

**Keywords:** Logic. Literature. Logical connectives.

## **Introdução**

Autores de alguns estudos nacionais (MACHADO, 2017; SOARES, 2004; DRUK, 1998) já tomaram a iniciativa de explorar as conexões entre a língua materna e a lógica. O termo *Língua* refere-se ao “conjunto de palavras ou signos vocais e regras combinatórias estabelecidas, de que fazem uso os membros de uma comunidade para se comunicar e interagir” (MICHAELLIS, 2015, on-line). Todavia, ainda são escassas as pesquisas que abordam o processo de aprendizagem de conceitos da lógica explorando as relações existentes entre esta disciplina e a língua materna enfatizando a importância e as possíveis contribuições que essas relações podem promover. O contexto exposto justifica a realização desta pesquisa, a qual tem a intenção de investigar se os alunos participantes identificam os conectivos lógicos e os princípios da lógica em um contexto de textos de literatura e se apresentam dificuldades para explicar o significado desses conceitos.

O referencial teórico para a pesquisa baseou-se principalmente nas contribuições de Machado (1998), pois este defende, dentre outras ideias, um ensino de matemática que utilize o recurso da língua materna. Para este autor,

[...] a Língua Materna deveria participar efetivamente dos processos de ensino de Matemática, não apenas tornando possível a leitura dos enunciados, mas sobretudo como fonte alimentadora na construção dos conceitos, na apreensão das estruturas lógicas da argumentação, na elaboração da própria linguagem matemática (MACHADO, 1998, p. 9).

Ao refletir sobre as ideias deste autor, nota-se o caráter interdisciplinar que pode ser explorado entre a matemática e a nossa língua materna: a língua portuguesa. Corroborando esta ideia, Tomaz e David (2008, p. 16) destacam que “a interdisciplinaridade poderia ser alcançada quando os conhecimentos de várias disciplinas são utilizados para resolver um problema ou compreender determinado fenômeno sob diferentes pontos de vista”. Essa compreensão de um fenômeno traz melhorias para o processo de aprendizagem, pois possibilita ao aluno o estabelecimento de relações que dificilmente serão esquecidas.

Desse modo, consideramos que, de maneira adequada e com objetivos definidos, a exploração desse caráter interdisciplinar entre a matemática e a língua portuguesa pode contribuir não só com o processo de ensino e aprendizagem de matemática, mas também com o da lógica matemática<sup>1</sup>.

Neste sentido, no que se refere aos conceitos básicos da lógica, Machado e Cunha (2008) defendem o uso da língua portuguesa para a construção dos significados desses conceitos. Sob essa perspectiva, os autores apontam várias contribuições interessantes dessa utilização, por exemplo, para explorar o significado de cada conectivo lógico.

Consideramos importante apontar que a interpretação das proposições na língua materna, muitas vezes, é diferente da interpretação da lógica formal, pois esta se preocupa com a forma e não com o conteúdo em si (como a língua materna). Contudo, isso não impede que as conexões (semelhanças e diferenças) entre a lógica e a língua sejam elucidadas. Na verdade, concordamos com Machado (1998), segundo o qual propiciar que os alunos reflitam sobre esta conexão contribui para a aprendizagem.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram elaboradas 2 tarefas envolvendo os princípios que fundamentam a lógica (princípio do terceiro excluído e da não contradição) e os conectivos lógicos em textos da literatura. Essas tarefas foram aplicadas a 21 alunos matriculados no primeiro ou segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública do norte do Paraná, durante um encontro do PIBID.

Com a análise da produção escrita dos alunos, buscamos responder o seguinte questionamento: os sujeitos da pesquisa identificam e apresentam dificuldades para explicar o significado de conectivos e princípios da lógica em contextos de obras da literatura? A fundamentação teórica, os procedimentos metodológicos e o resultado das análises estão descritos a seguir.

### **Alguns aspectos da lógica matemática**

O objeto de estudo da Lógica, como ciência, é a argumentação (MORTARI, 2016; MACHADO; CUNHA, 2008). Assim, seu interesse volta-se ao estudo da validade dos argumentos. Não é sua preocupação a determinação da verdade ou falsidade das proposições. Mortari (2016, p. 40) corrobora esta ideia explicando que “a lógica não se ocupa de conteúdo, mas apenas da forma – e eis a razão pela qual ela é chamada de *lógica formal*” (grifo do autor).

Para Machado e Cunha (2008), essa separação inicial entre forma e conteúdo dos argumentos é o que associa tão fortemente a matemática e a lógica, em detrimento da língua, pois faz que a lógica se pareça mais com a matemática do que com a língua. Em contrapartida, esses autores reforçam que, no uso corrente da língua, “é muito mais difícil

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

tal separação [...] a linguagem nossa de cada dia se encarregará de mostrar que as estruturas lógicas são muito mais próximas das estruturas da língua do que pode imaginar nossa vã perspectiva de esquizofrenia conteúdo/forma” (MACHADO; CUNHA, 2008, p. 26).

Como disciplina, a Lógica surge, com Aristóteles, entre 300 e 400 anos antes de Cristo. O filósofo foi o primeiro a estudar, de forma sistemática, e apresentar uma teoria<sup>ii</sup> sobre as formas de argumentação, possibilitando a determinação de quando um argumento é válido ou inválido (MACHADO; CUNHA, 2008).

As principais contribuições de Aristóteles à Lógica foram registradas em uma série de tratados sobre o raciocínio, denominada Órganon. Segundo D’Ottaviano e Feitosa (2003, p. 10), em seus escritos:

Aristóteles caracteriza a lógica como uma ciência do raciocínio, posteriormente entendida como estabelecadora das formas válidas de raciocínio [inferências válidas], a qual repousava sobre três princípios fundamentais: (i) *Princípio da identidade* - todo objeto é idêntico a si mesmo; (ii) *Princípio da não contradição* - uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo; e (iii) *Princípio do terceiro excluído* - toda proposição é verdadeira ou falsa, não havendo outra possibilidade (grifo do autor).

As proposições são sentenças declarativas que obedecem a esses três princípios e, por isso, a elas é possível atribuir um valor de verdade ou falsidade. A partir das proposições simples, isto é, aquelas que indicam uma única ação (MACHADO; CUNHA, 2008), é possível formar proposições compostas por meio dos seguintes conectivos lógicos: “não”, “ou”, “e”, “se..., então...” e “se... e somente se...” (D’OTTAVIANO; FEITOSA, 2003). No quadro 1, apresentamos os conectivos lógicos e suas respectivas notações simbólicas e denominações.

**Quadro 1:** Formas de apresentação dos conectivos lógicos.

Conectivos	Notação simbólica	Denominação
Não	$\sim$	Negação
E	$\wedge$	Conjunção
Ou	$\vee$	Disjunção
Se..., então...	$\rightarrow$	Condicional
Se... e somente se...	$\leftrightarrow$	Bicondicional

Fonte: Os autores

Em relação à valoração de proposições compostas, o valor lógico de qualquer proposição desse tipo depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples que as compõem, ficando por elas univocamente determinado (ALENCAR FILHO, 2002). Para atribuir um valor de verdade a proposições compostas, é necessário seguir algumas regras específicas para cada conectivo lógico.

Para esclarecer alguns aspectos sobre as proposições compostas formadas pelos conectivos “não”, “e” e “ou”, e suas respectivas valorações, Machado e Cunha (2008) mencionam que

Aquilo que uma proposição afirma pode ser negado, dando origem a uma outra proposição chamada *negação* da primeira. A negação de uma proposição verdadeira é uma proposição falsa e vice-versa (p. 52, grifo do autor).

Quando duas proposições simples são ligadas pelo conectivo *e*, a proposição composta resultante é a *conjunção* das proposições simples iniciais. [...] Uma conjunção de duas proposições é verdadeira apenas quando as proposições constituintes são, ambas, verdadeiras (p. 54, grifo do autor).

Quando duas proposições simples são ligadas pelo conectivo *ou*, a proposição composta resultante é a *disjunção* das proposições simples iniciais. [...] para que uma disjunção seja verdadeira, é suficiente que uma das proposições simples que as constituem seja verdadeira (p. 54-55, grifo do autor).

No que se refere ao conectivo “se..., então...”, Mortari (2016) esclarece que uma sentença que apresenta este tipo de conectivo é chamada de condicional, a qual se representa simbolicamente por  $p \rightarrow q$  (em que  $p$  e  $q$  representam proposições quaisquer). Neste tipo de sentença, a proposição que ocorre à esquerda de  $\rightarrow$  é chamada de *antecedente* e aquela que ocorre à direita é chamada de *consequente*. Quanto a sua valoração, “quando afirmamos uma sentença condicional, queremos indicar que, se o antecedente for verdadeiro, o consequente também o é. Ou seja, que não acontece termos uma situação em que o antecedente seja verdadeiro e o consequente falso” (MORTARI, 2016, 104). Assim, uma sentença condicional será falsa somente quando o antecedente for verdadeiro e o consequente falso; nos demais casos, a sentença condicional será verdadeira.

Em relação ao conectivo “se... e somente se...”, Mortari (2016) afirma que uma sentença que apresenta este conectivo é denominada bicondicional, a qual se representa, de modo simbólico, por  $p \leftrightarrow q$ . A sentença bicondicional corresponde a uma condicional nas duas direções, ou seja, uma proposição da forma  $p \leftrightarrow q$  corresponde a  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ . No que diz respeito a sua valoração, uma proposição condicional é verdadeira somente quando as proposições que as compõem possuem o mesmo valor de verdade (ambas verdadeiras ou ambas falsas).

É importante destacar nossa concordância com Mortari (2016) ao mencionar que, principalmente as sentenças que envolvem proposições condicionais, carecem de bastante atenção, pois o entendimento das valorações atribuídas a este tipo de proposição composta é uma tarefa delicada. Nesse sentido, consideramos que há a necessidade de buscar

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

abordagens para o ensino em que os alunos possam refletir sobre o significado dos conectivos presentes nas sentenças proposicionais, sem somente decorar valores de verdade específicos para cada conectivo.

**Matemática, Lógica e linguagem cotidiana: um enfoque interdisciplinar**

Algumas concepções a respeito da matemática podem contribuir para o surgimento das dificuldades de aprendizagem de seus conceitos. Nos discursos cotidianos, é comum ouvir falar que “a matemática é difícil mesmo” ou “a matemática é para poucos”, entendendo como natural a dificuldade para aprender os conteúdos pertencentes a essa área do conhecimento. No entanto, a mesma concepção não é comum quando se trata de aprender a língua portuguesa, nossa língua materna.

Neste sentido, para Machado (1998), é necessário estudar formas de abordagem de conteúdos matemáticos que revelem a impregnação entre a matemática e a língua materna, utilizando-a consistentemente no sentido de superar certas dificuldades que persistem no ensino de matemática. Ainda segundo este autor:

A superação das dificuldades com o ensino passa pelo reconhecimento da essencialidade da impregnação mútua entre a Língua Materna e a Matemática e, em consequência, da absoluta necessidade da utilização inicial de noções intuitivas, aproximadas, imprecisas, mas fecundas e significativas, descortinadas através do recurso à Língua (MACHADO, 1998, p. 157).

Diante disso, observamos que o recurso à língua, para introduzir a discussão sobre algum conceito matemático, pode tornar-se uma potencial estratégia para o seu ensino.

No que se refere ao ensino da lógica, Matheus e Cândido (2013, p. 1) alertam: “o modo como a lógica é incorporada na Matemática escolar pode definir o sucesso ou insucesso do desenvolvimento da capacidade de argumentar em Matemática”. Dessa forma, verificamos a importância da elaboração de atividades nas quais os alunos sejam motivados a estudar temas da Lógica de modo que tenham oportunidade de construir os conceitos estudados e não somente memorizem procedimentos para a construção de tabelas-verdade ou técnicas para demonstrações. Para isso, consideramos relevante proporcionar um processo de aprendizagem com perspectivas interdisciplinares, em que o uso da língua contribua para o ensino de conceitos da lógica e vice-versa.

Como o termo interdisciplinaridade muitas vezes não é apresentado de modo claro, ou utilizado equivocadamente para enfatizar modismos (PAVIANI, 2008), torna-se

pertinente esclarecer seu significado. Com essa intenção, consideramos, como afirma Paviani (2008, p.41) que:

[...] a verdadeira interdisciplinaridade permite resultados novos [...], desse modo, modifica a natureza e a função das disciplinas tradicionais. Nesse sentido, o esforço interdisciplinar pode desenvolver a especificidade de um conhecimento teórico e, ao mesmo tempo, praticar o intercâmbio de conceitos, de teorias e de métodos. Nesse caso, ocorre uma verdadeira integração e participação das partes.

Para Germain (1991, *apud* LENOIR, 2015, p.46), o conceito de interdisciplinaridade “[...] pressupõe a existência de ao menos duas disciplinas como referência e a presença de uma ação recíproca”. Sendo assim, Germain (1991) e Paviani (2008) parecem concordar que a interdisciplinaridade exige uma ligação efetiva entre interesses das disciplinas envolvidas e a necessidade de estabelecer relações de complementaridade entre elas, em uma perspectiva de troca de enriquecimentos.

Sobre a interdisciplinaridade que pode ser explorada entre a língua materna e a lógica, Druk (1998) salienta que esta se refere a um tema com conotações interdisciplinares e que se torna mais rico quando se percebe que ela está presente nas conversas informais, na leitura de jornais e revistas, e nas diversas disciplinas do currículo, não sendo, portanto, um objeto exclusivo da matemática.

Nesse contexto, no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de matemática, a interdisciplinaridade pode auxiliar na superação de dificuldades de aprendizagem, visto que ela contribui para construção de conhecimentos fragmentados pelas grades curriculares e possibilita a descoberta de conexões entre conhecimentos de diferentes áreas do saber. Tomaz e David (2008) corroboram esta ideia afirmando que a interdisciplinaridade é um dos princípios básicos para o ensino de matemática.

Nesta perspectiva, e tendo em vista que o modo como a lógica é trabalhada pode ocasionar o sucesso ou insucesso no processo de aprender matemática, consideramos que uma abordagem interdisciplinar entre a lógica e a língua materna, enfatizando os significados que os sujeitos constroem na linguagem cotidiana<sup>iii1</sup>, pode contribuir para a aprendizagem dos conceitos da lógica.

Para esclarecer como esta abordagem pode ser feita, vê-se a necessidade de estabelecer relações entre a lógica e a linguagem cotidiana para discutir, por exemplo, o

---

<sup>1</sup> A expressão *linguagem cotidiana*, neste texto, é entendida como a capacidade que os sujeitos têm de se comunicar e de compreender a Língua Materna.

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

entendimento de proposições condicionais. Em concordância, Lira e Silva (2004) indicam que pesquisas na área de Psicologia já foram feitas e apontaram que, de fato, existem alguns tipos de dificuldades para resolver problemas que envolvem as sentenças condicionais. Isso vai ao encontro do fato de, frequentemente, os alunos manifestarem dificuldade para compreender como é construída a tabela de valorações do conectivo “se... então...”, que “une” duas proposições, dando origem a uma nova proposição denominada condicional. Para muitos alunos, se torna complicado compreender, por exemplo, porque a proposição composta condicional é verdadeira, quando as proposições simples antecedente e consequente que as compõem assumem valor falso e verdadeiro, respectivamente.

Ressaltamos que essa dificuldade pode ser advinda da interpretação que é feita para esta proposição na linguagem cotidiana. Quando ouvimos, por exemplo, a afirmação: “Se Pedro for aprovado no vestibular, então seu pai lhe dará um carro”, não será nenhuma surpresa alguém afirmar que Pedro foi aprovado no vestibular, porque o viu dirigindo um carro novo. Na verdade, conforme apontam Machado e Cunha (2008), a conclusão a que chega a maioria das pessoas é que a recíproca da proposição condicional também é verdadeira: Se Pedro ganhou um carro, então foi aprovado no vestibular, ou seja, interpretam uma proposição condicional como uma bicondicional.

Outro aspecto importante sobre o entendimento da proposição condicional diz respeito à relação entre a valoração das proposições simples que a compõem e a valoração da própria condicional. Na linguagem cotidiana, é comum as proposições simples que constituem a proposição condicional traduzirem a ideia de causa e efeito. Em nosso exemplo, se Pedro passar no vestibular, obrigatoriamente o pai deve lhe dar o carro, pois a condição imposta na proposição foi satisfeita, a causa foi satisfeita e, com isso, o efeito deve ocorrer, isto é, na proposição “se  $p$  então  $q$ ”, quando  $p$  é verdadeira, necessariamente  $q$  deve ser verdadeira.

No entanto, é difícil convencer os alunos de que uma proposição condicional “se  $p$  então  $q$ ” será falsa somente quando  $p$  for verdadeira e  $q$  for falsa, pois, para eles, pode parecer um pouco estranho que a proposição condicional “se  $p$  então  $q$ ” seja verdadeira quando  $p$  é falsa. Porém, segundo Machado e Cunha (2008, p.56), essa dificuldade de compreensão pode ser amenizada se for mostrado ao aluno que “[...] isso traduz a ideia intuitiva de que, não ocorrendo a causa, não existe o compromisso de o efeito ocorrer”.

Ao aplicar essa ideia à linguagem cotidiana, em nosso exemplo, caso Pedro não passe no vestibular, ficará a critério do pai decidir se lhe dará ou não o carro, pois, em qualquer uma dessas situações, a proposição condicional não será negada, não será falsa. É essa a noção intuitiva usada na linguagem cotidiana quando expressamos sentenças dessa natureza: “Se ele não estiver mentindo, eu sou um mico de circo”, uma vez que, segundo Machado e Cunha (2008), a ideia implícita nesta afirmação refere-se ao fato de que, a partir de uma proposição falsa, podemos concluir qualquer coisa.

Outro fato a ser considerado é que nem sempre este conectivo será apresentado na linguagem cotidiana como “se... então...”. A proposição “se  $N$  é inteiro então  $N$  é racional”, por exemplo, pode ser encontrada da forma “ $N$  é racional desde que  $N$  seja inteiro”.

Diante do exposto, entendemos a necessidade de trabalhar com os alunos aspectos da lógica que não sejam somente formalmente matemáticos, mas que estejam relacionados com a língua, de modo que os princípios da lógica e seus conectivos possam ser compreendidos nesse contexto.

Assim, com este trabalho, faremos uma investigação da ocorrência da identificação dos conectivos lógicos e dos princípios da lógica em dois trechos de textos literários, bem como das dificuldades apresentadas por esses alunos para explicar o significado desses conceitos. Assim, almejamos evidenciar que é possível, a partir deste contexto de caráter interdisciplinar, extrair informações relevantes acerca do entendimento que os alunos manifestam em sua escrita sobre os princípios e conectivos da lógica em um contexto não matemático.

### **Procedimentos metodológicos**

Para a realização desta pesquisa, optamos pela metodologia da pesquisa exploratória ou diagnóstica, a qual, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 70), ocorre quando “[...] o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela”. Foi escolhida esta metodologia por acreditarmos que ela está em consonância com o objetivo do trabalho, além disso, há poucos estudos sobre a temática.

A escolha dos integrantes da pesquisa, que são alunos do subprojeto Matemática do PIBID, considerou o fato de que estes já haviam cursado a disciplina Fundamentos da

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

Matemática (na qual são estudados conceitos da lógica) há pouco tempo. Nosso objetivo era investigar se os alunos reconheciam e tinham a habilidade de explicar o significado de conceitos básicos de lógica em um contexto não matemático. Os estudantes selecionados poderiam ou não estar aptos para tal, haja vista que, embora tivessem estudado os referidos conceitos há pouco tempo, poderiam não estar preparados para aplicá-los em um contexto não matemático.

Para alcançar o objetivo deste trabalho, como instrumento para a produção dos dados, foram elaboradas duas tarefas, nas quais pretendíamos que os alunos, por meio de seus registros escritos, nos dessem indícios de seu entendimento sobre os conceitos no contexto apresentado. A inspiração para a elaboração das duas tarefas surgiu com a leitura do artigo *O que é “desenvolver o raciocínio lógico”?*, com considerações sobre o livro *Alice no país das maravilhas*, de Vilela e Dorta (2010), e a leitura do texto *A Lógica em Carlos Drummond de Andrade*, de Machado (2017).

No artigo de Vilela e Dorta (2010), as autoras explicitam princípios da lógica por meio da análise das cenas da história de *Alice no país das maravilhas*. Por sua vez, no texto de Machado (2017), o autor faz uma análise lógica do poema intitulado *E agora, José*, de Carlos Drummond de Andrade, evidenciando os conectivos lógicos, bem como o significado destes nos versos do poema.

A aplicação das tarefas foi feita no Laboratório de Ensino de Matemática, local onde são realizados os encontros do PIBID, no dia 04/12/2018. Antes de iniciar esta aplicação, os autores consideraram relevante revisar com os alunos, de modo expositivo, oral e teórico (sem aplicações), os conceitos de lógica que seria necessário relembrar para desenvolverem as tarefas. Os alunos consentiram com a pesquisa e estavam cientes de seu objetivo no momento de execução das 2 tarefas.

Para cada aluno foi entregue um conjunto de folhas contendo as duas tarefas impressas. Ressaltamos que, embora o registro das respostas fosse individual, o modo como os alunos estavam dispostos sob as duas únicas mesas retangulares do laboratório propiciou que discutissem sobre os conceitos-chave da proposta e interpretações que construíram a respeito das duas tarefas. Os alunos utilizaram 1 (uma) hora para resolvê-las. O enunciado é apresentado nos quadros 2 e 3.

**Quadro 2:** Tarefa 1

**Tarefa 1:** Leia e analise com atenção o poema *E agora José?*, de Carlos Drummond de Andrade. Em seguida, responda os itens apresentados.

E agora, José?  
A festa acabou,  
a luz apagou,  
o povo sumiu,  
a noite esfriou,  
e agora, José?  
e agora, você?  
você que é sem nome,  
que zomba dos outros,  
você que faz versos,  
que ama, protesta?

Está sem mulher,  
está sem discurso,  
está sem carinho,  
já não pode beber,  
já não pode fumar,  
cuspir já não pode,  
a noite esfriou,  
o dia não veio,  
o bonde não veio,  
o riso não veio,  
não veio a utopia,  
e tudo acabou,  
e tudo fugiu,  
e tudo mofou,  
e agora, José?

E, agora José?  
sua doce palavra,  
seu instante de febre,  
sua gula e jejum,  
sua biblioteca,  
sua lavra de ouro,  
seu terno de vidro,  
sua incoerência,  
seu ódio – e agora?

Com a chave na mão  
quer abrir a porta,  
não existe porta;  
quer morrer no mar,  
mas o mar secou;  
quer ir para Minas,  
Minas não há mais,  
José, e agora?

Se você gritasse,  
se você gemesse,  
se você tocasse  
a valsa vienense,  
se você dormisse,  
se você cansasse,  
se você morresse...  
Mas, você não morre,  
você é duro, José!

Sozinho no escuro  
qual bicho-do-mato,  
sem teogonia,  
sem parede nua  
para se encostar,  
sem cavalo preto  
que fuja a galope,  
você marcha, José!  
José, para onde?

a) Com base na sua interpretação do poema e no seu conhecimento a respeito de conectivos lógicos: negação, disjunção, conjunção e condicional, encontre fragmentos do texto que contenha estes conectivos e explique o seu significado no contexto do poema.

b) Encontre fragmentos do poema que apresentam contradições. Explique por que são contradições e o que estas significam no contexto do poema.

Fonte: Os autores.

### Quadro 3: Tarefa 2

**Tarefa 2:** Charles Dogson, que usou o pseudônimo de Lewis Carrol, foi o escritor do livro *Alice no País das Maravilhas*. Este escritor atuou como professor de matemática na Universidade de Oxford por vários anos e, como tal, apresentou conceitos de lógica no livro em que descreveu o mundo de fantasias da Alice. Os textos a seguir foram retirados deste livro. Analise-os e indique qual dos princípios da lógica clássica - *princípio do terceiro excluído* ou *princípio da não-contradição* – está presente em cada um dos textos. Justifique sua resposta.

#### Texto 1

*A primeira testemunha era o Chapeleiro.*

[...]

*“Tire o chapéu”, disse o Rei ao Chapeleiro.*

*“Não é meu”, disse o Chapeleiro.*

*“Roubado!” exclamou o rei, voltando-se para os jurados, que instantaneamente fizeram um apontamento do fato.*

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

“São todos para vender”, acrescentou o Chapeleiro à guisa de explicação; “nenhum me pertence. Sou um chapeleiro.”

**Texto 2**

O Rei dizia: “Eu lhe asseguro, minha cara, fiquei gelado até as pontas das minhas suíças!”  
Ao que a Rainha respondeu: “Você não usa suíças”.

Fonte: Os autores.

Para realizar a análise dos registros escritos, inicialmente obtivemos indicadores quantitativos a respeito das respostas, que serão apresentados nos quadros 4, 5 e 6 da próxima seção. Posteriormente, selecionamos algumas produções escritas para expor, com a intenção de exemplificar as inferências que fizemos a partir das respostas dos alunos, ou explicitar algum raciocínio que julgamos relevante ser estudado de modo mais aprofundado. Essas ações nos permitiram identificar se os alunos possuem a habilidade de reconhecer e explicar o significado dos conceitos lógicos envolvidos em cada item das tarefas. Os alunos foram identificados apenas com os códigos de A1, A2, A3, assim sucessivamente, até A21.

**Análise e discussão dos resultados**

A tarefa 1 tinha como objetivo identificar se os alunos conseguiam reconhecer trechos do poema em que os conectivos se apresentavam e se, com os conhecimentos já construídos por eles, saberiam explicar o significado desses conectivos no poema. O quadro 4 apresenta uma síntese das respostas dos alunos referentes à Tarefa 1a).

**Quadro 4:** Organização das respostas referentes à Tarefa 1a

Conectivo	Não identifica	Identifica fragmentos com conectivos do tipo:		Explica o significado do conectivo no contexto do poema?		
		Evidente	Não evidente	Não	Sim	
					Completa	Incompleta
Negação	A3, A16, A18 (3 alunos)	A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A17, A19, A20, A21 (17 alunos)	A1 (1 aluno)	A1, A2, A4, A5, A7, A8, A11, A13, A17, A19, A20, A21 (12 alunos)	A2, A10, A15 (3 alunos)	A6, A9, A12 (3 alunos)
Conjunção	A13, A15, A18 (3 alunos)	A1, A4, A5, A6, A7, A9, A10, A11, A12, A14, A16, A17, A20, A21 (14 alunos)	A2, A3, A8, A14, A17, A19 (6 alunos)	A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A11, A16, A17, A19, A20, A21 (12 alunos)	A10, A14 (2 alunos)	A6, A9, A12 (3 alunos)
Condicional	A2, A3, A8, A10, A12, A18, A20	A1, A6, A14, A15, A21 (5 alunos)	A4, A5, A7, A9, A11, A13, A14, A16, A17, A19	A1, A4, A5, A7, A11, A13, A16, A17, A19, A21 (10 alunos)	Nenhum aluno	A6, A14, A15 (3 alunos)

	(7 alunos)		(10 alunos)			
Disjunção	A2, A3, A6, A8, A13, A14, A15, A16, A18, A21 (10 alunos)	Inexistente	A1, A4, A5, A7, A9, A10, A11, A12, A17, A19, A20 (11 alunos)	A1, A4, A5, A7, A11, A17, A19, A20 (8 alunos)	A9, A10 (2 alunos)	A12 (1 aluno)

Fonte: Os autores.

Ao analisarmos o quadro 4, observamos que, dos 18 alunos que identificaram a conjunção, 12 não tentam justificar e 3 explicam de forma incompleta; dos 20 alunos que identificaram a conjunção, 12 não tentam justificar e 3 explicam de forma incompleta; dos 15 alunos que identificaram a condicional, 10 não tentam explicar e 3 explicam de forma incompleta; dos 11 alunos que identificaram a disjunção, 8 não tentam explicar e 1 explica de modo incompleto.

Para melhor compreensão do leitor a respeito das respostas dos alunos apresentadas no quadro 4, consideramos necessário esclarecer que entendemos por “conectivos do tipo evidente” aqueles que estavam expressos com os termos geralmente utilizados na linguagem corrente para expressá-los (“não” para negação, “e” para conjunção, “ou” para disjunção e “se... então ...”, para condicional) e os “conectivos do tipo não evidentes” referem-se àqueles que necessitavam de uma análise mais aprofundada para sua identificação.

Um exemplo de conectivo não evidente se apresenta na quinta linha da quarta estrofe do poema. Nela, está implícita a negação, pois a expressão “mas o mar secou” nega a existência do mar, conforme exemplifica a figura 1.

**Figura 1:** Registro da negação identificada pelo aluno A1 na Tarefa 1a).

<p>NEGAÇÃO → <math>p</math> → "quer morrer no mar" - LINHA 40  <math>\sim p</math> → "mas o mar secou" - LINHA 41</p>
<p>NEGAÇÃO <math>p</math> → "quer morrer no mar" - Linha 40  <math>\sim p</math> → "mas o mar secou" - Linha 41</p>

Fonte: Os autores.

Neste registro, é possível observar que o aluno identifica a negação, no entanto, se confunde ao apresentá-la, pois a proposição original e a proposição que foi negada não são as mesmas. Notemos que, no registro do aluno, a proposição  $p$  diz respeito ao desejo de morrer no mar e a proposição  $\sim p$  nega a existência do mar e não o desejo de morrer no mar; desse modo,  $\sim p$  não é negação de  $p$ .

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

Outros registros de conectivos do tipo não evidentes são apresentados pelos alunos A2 e A17, nas figuras 2 e 3, respectivamente.

**Figura 2:** Registro da conjunção identificada pelo aluno A2 na Tarefa 1a).

<i>Conjunção: "Está sem mulher, está sem discurso"; ele está sem a mulher e sem o discurso</i>
Conjunção: "Está sem mulher; está sem discurso; ele está sem a mulher e sem o discurso"

Fonte: Os autores.

**Figura 3:** Registro da disjunção identificada pelo aluno A17 na Tarefa 1a).

<i>se você gritasse se você tocasse se você dormisse</i> } Disjunção
} se você gritasse se você gemesse Disjunção ... se você dormisse

Fonte: Os autores.

Outros alunos, conforme o quadro 4, também indicaram esses conectivos não evidentes e apresentaram uma explicação para a indicação que fizeram. Esse é o caso dos alunos A10 e A14, os quais registraram uma explicação que consideramos completa da disjunção não evidente e da conjunção não evidente, respectivamente, conforme é possível observar nas figuras 4 e 5.

**Figura 4:** Registro da explicação dos conectivos indicados pelo aluno A10 na Tarefa 1a).

<i>Disjunção: "Se você gritasse/ se você gemesse" Uma delas poderia ter acontecido, não necessariamente as duas</i>
Disjunção: "Se você gritasse/ se você gemesse" Uma delas poderia ter acontecido, não necessariamente as duas

Fonte: Os autores.

**Figura 5:** Registro da explicação dos conectivos indicados pelo aluno A14 na Tarefa 1a).

poema.  
 Ao meu ver temos uma conjunção na seguinte parte "A festa acabou, a luz apagou, o povo sumiu, a noite esfriou, ..." são acontecimentos que já ocorreram e possivelmente todos são verdadeiros. Agora temos a parte que diz "[...] já não pode beber, já não pode

Ao meu ver temos uma conjunção na seguinte parte "A festa acabou, a luz apagou, o povo sumiu, a noite esfriou, ..." são acontecimentos que já ocorreram e possivelmente todos são verdadeiros. Agora temos a parte que diz "[...] já não pode beber, já não pode

Fonte: Os autores.

Inferimos que os alunos A10 e A14 identificaram a disjunção e a conjunção, respectivamente, por analisarem o modo como os versos estão dispostos na estrofe. Fazemos esta inferência porque a justificativa apresentada por esses alunos está em consonância com o entendimento de Machado (2017), segundo o qual o poeta deseja que os antecedentes das proposições condicionais estejam interligados pelo conectivo "ou", uma vez que em nenhum momento ocorre o conectivo "e" nesta estrofe. Além disso, o modo como os versos estão apresentados possibilita a interpretação de que bastava que uma destas proposições fosse verdadeira, conforme explicação do aluno A10.

De acordo com Machado (2017), na estrofe que contém o trecho do poema apresentado na figura 5, o primeiro verso começa com "E" e segue com diversos versos separados por vírgulas que, segundo ele, pela dramaticidade do poema e pela presença constante do "e" na estrofe, permite compreender que tais vírgulas estão substituindo o conectivo "e". Dessa forma, há indícios de que essa interpretação foi realizada pelo aluno A14 quando este escreve que o conectivo "e" está presente nesta estrofe e justifica que possivelmente todos os acontecimentos explicitados no verso da estrofe ocorreram.

Em relação ao conectivo condicional, este foi o menos identificado, dentre os conectivos do tipo evidente. Somente 5 alunos indicaram que o condicional estava presente na quinta estrofe do poema, mas nenhum deles explica de forma completa o que este condicional significava. Tal constatação vai ao encontro do que Lira e Silva (2004) apontaram sobre as dificuldades dos alunos com relação ao entendimento de sentenças condicionais.

No que se refere ao significado do condicional no contexto do poema, os 3 alunos que tentaram (A6, A14 e A15) se pautaram na ideia correta de que a proposição antecedente é uma condição para a proposição consequente, conforme registro de explicação incompleta do aluno A6, na figura 6.

**Figura 6:** Registro da explicação dos conectivos indicados pelo aluno A6 na Tarefa 1a).

<p>Condicional → "se você morresse... mas você não morre, você é duro, José!"</p>	<p>Exibe uma condição pelo ocorrido</p>
<p>} Condiciona → "Se você morresse... Mas você não morre, Você é duro, José!"</p>	<p>Exibe uma condição pelo ocorrido</p>

Fonte: Os autores.

No entanto, dos alunos que indicaram que o conectivo condicional estava presente neste trecho do poema, nenhum registrou que este não apresentava a proposição consequente. Ainda em relação ao conectivo condicional, dez alunos identificaram conectivos condicionais do tipo não evidente. Estes conectivos foram identificados pelos alunos nos versos da primeira, quarta e sexta estrofes. É o caso do aluno A19, que identificou o conectivo condicional na primeira estrofe do poema, cujo registro está apresentado na figura 7:

**Figura 7:** Registro dos conectivos indicados pelo aluno A19 na Tarefa 1a).

<p>disjunção: "se você gritasse", "se você tocasse" e "se você dormisse"                  condicional: "A luz apagou" ^ "o povo sumiu" ^ "noite esfriou" ⇒ "a festa acabou"                  conjunção: "está sem mulher", "está sem discurso" ... "Já não pode beber"</p>
<p>disjunção: "se você gritasse", "se você tocasse" e "se você dormisse"                  condicional: "A luz apagou" ^ "o povo sumiu" ^ "noite esfriou" ⇒ "a festa acabou"                  conjunção: "está sem mulher", "está sem discurso" ... "Já não pode beber"</p>

Fonte: Os autores.

Embora esse aluno não tenha apresentado explicação, o modo como ele estruturou a proposição composta condicional nos possibilita inferir que o estudante interpreta que são necessárias 3 ações para a festa acabar: a luz apagar, o povo sumir e a noite esfriar, ou seja, essas três ações simultâneas são condições para a festa acabar.

Com a análise da produção escrita dos alunos para responder a tarefa 1a, podemos perceber que os acadêmicos conseguem reconhecer os conectivos no poema, pois todos indicaram pelo menos um conectivo, e inclusive apontaram conectivos que não estavam evidentes nele. No entanto, quando é solicitado para que expliquem o significado desses conectivos no contexto do poema, a maioria dos alunos não tenta explicar, ou manifesta dificuldades para expressar o significado dos conectivos identificados de forma completa (conforme análise quantitativa feita em seguida da apresentação do quadro 4. Assim, essa análise indica que trabalhar os conceitos de conectivos lógicos em contextos da língua

portuguesa contribui para diagnosticar se os alunos compreendem os significados desses conceitos. Essa constatação está em consonância com o que é defendido por Machado e Cunha (2008) no que se refere à importância de explorar os recursos da língua para estudar os conceitos de Lógica.

No item b da Tarefa 1, pretendíamos identificar se os alunos reconheciam contradições e, também, analisar o significado que atribuíam a ela em contextos da linguagem natural, conforme o quadro 5.

**Quadro 5:** Organização das respostas referentes à Tarefa 1b).

	Alunos que identificaram	Não apresenta explicação	Apresenta explicação incompleta	Apresenta explicação completa
Indicaram um ou mais fragmentos corretamente (estavam explícitos - $F_n$ ) 17 alunos	$F_1$ : A1, A2, A3, A4, A5, A9, A10, A11, A13, A14, A16, A17, A18, A20 (14 alunos)	A1, A5, A11 (3 alunos)	A2, A3, A4, A9, A10, A13, A14, A16, A17, A18, A20 (11 alunos)	Nenhum aluno
	$F_2$ : A2, A3, A13, A14, A16, A17 (6 alunos)	0	A2, A3, A13, A14, A16, A17 (6 alunos)	Nenhum aluno
	$F_3$ : A1, A2, A3, A5, A6, A7, A9, A13, A14, A15, A17, A18 (12 alunos)	A1, A5, A7 (3 alunos)	A2, A3, A6, A9, A13, A14, A15, A17, A18 (9 alunos)	Nenhum aluno
Identificaram um ou mais fragmentos com contradições não explícitas ( $f_n$ ) (8 alunos)	(errado) $f_1$ : A15, A16, A19, A21 (4 alunos)	0	A15, A16, A19, A21 (4 alunos)	Nenhum aluno
	(correto) $f_2$ : A6, A8, A10, A18 (4 alunos)	0	A6, A8, A10, A18 (4 alunos)	Nenhum aluno
Não identificaram	A8, A12, A19, A21 (4 alunos)			

Fonte: Os autores.

Ao analisarmos o quadro 5, observamos que, dos 21 alunos participantes da pesquisa, 4 não identificaram alguma contradição; dos participantes que identificaram contradições, sejam elas classificadas como explícitas ou não ( $F_1$ : 14,  $F_2$ : 6,  $F_3$ : 7;  $f_1$ : 4 e  $f_2$ : 4), constaram muitos alunos que tentaram explicar o significado da contradição indicada no contexto do poema ( $F_1$ : 11,  $F_2$ : 6,  $F_3$ : 9;  $f_1$ : 4 e  $f_2$ : 4), mas nenhuma explicação foi exposta com sentido completo.

Ao leitor, esclarecemos que consideramos como contradições explícitas aquelas da forma “ $p$  e  $\sim p$ ” (a conjunção de uma proposição com a sua negação), que estavam presentes na quarta estrofe do poema. São elas: “quer abrir a porta, não existe porta” ( $F_1$ );

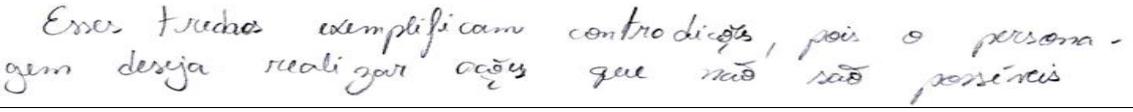
*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

“quer morrer no mar, mas o mar secou” (F<sub>2</sub>) e “quer ir para Minas, Minas não há mais” (F<sub>3</sub>), conforme a análise lógica do poema feita por Machado (2017).

Conforme o quadro 5, em relação à identificação das contradições, os alunos não manifestaram dificuldades, pois, dos 21 estudantes, apenas 4 não indicaram alguma contradição, evidenciando que eles conseguem identificar contradições em um texto que envolve linguagem cotidiana. Contudo, quanto à explicação de porque são contradições e seus significados no contexto do poema, os alunos manifestaram dificuldades, pois nenhum deles conseguiu explicar essa ideia de forma completa. Esclarecemos que consideraríamos uma explicação completa a que indicasse que os fragmentos identificados têm estrutura do tipo “p e não p”, mas que a valoração desse tipo de estrutura é sempre falsa.

No contexto do poema, isso significa que os desejos que José tem são impossíveis de serem realizados, conforme apresentado por Machado (2017). Sob essa perspectiva, a explicação que mais se aproxima do que consideramos completa se apresenta na figura 8.

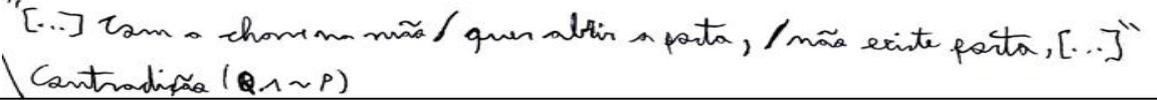
**Figura 8:** Explicação apresentada pelo aluno A2 na tarefa 1b).


Estes trechos exemplificam contradições, pois o personagem deseja realizar ações que não são possíveis

Fonte: Os autores.

De qualquer modo, faltou explicitar que os fragmentos indicados contêm ações que não são possíveis de serem realizadas *simultaneamente*, caracterizando a forma “p e ~p”. Vale mencionar que o aluno A20 também parece ter enxergado esta estrutura no fragmento F<sub>1</sub>, como podemos conferir na figura 9.

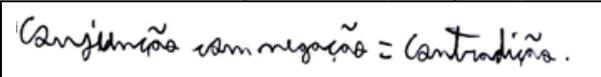
**Figura 9:** Registro da indicação de contradição do aluno A20 na Tarefa 1b).


“[...] Com a chave na mão / quer abrir a porta, / não existe porta, [...]” \\ Contradição (q ^ ~ p)

Fonte: Os autores.

No entanto, esse aluno se confunde ao denotar as proposições por símbolos e também ao tentar explicar o que é uma contradição, conforme figura 10. Isso porque a proposição composta da forma “p e ~q” não é uma contradição.

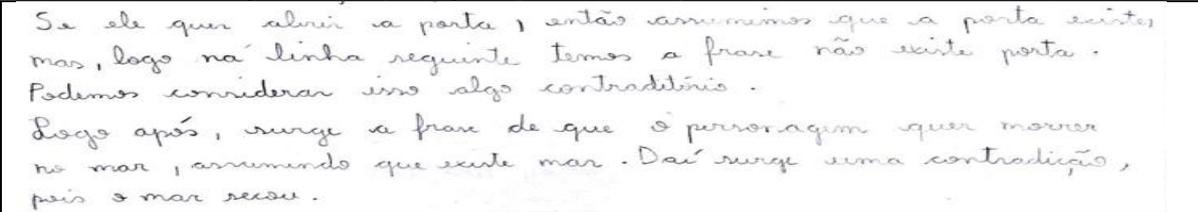
**Figura 10:** Explicação apresentada pelo aluno A20 na Tarefa 1b).

	Conjunção com negação = contradição
---	-------------------------------------

Fonte: Os autores.

As demais explicações para a contradição não explicitam a impossibilidade de as duas ações, presentes em cada um dos três fragmentos, ocorrerem ao mesmo tempo e, por isso, também as consideramos como respostas incompletas. Como exemplo, temos o que foi registrado pelo aluno A16, conforme a figura 11.

**Figura 11:** Explicação apresentada pelo aluno A16 na Tarefa 1b).


Se ele quer abrir a porta, então assumimos que a porta existe, mas, logo na linha seguinte temos a frase não existe porta. Podemos considerar isso contraditório. Logo após, surge a frase de que o personagem quer morrer no mar, assumindo que existe mar. Daí, surge uma contradição, pois o mar secou.

Fonte: Os autores.

Ao analisar as produções escritas da tarefa 1b, verificamos que dois outros fragmentos foram apontados pelos alunos como excertos que continham uma contradição. São eles: “se você morresse... mas você não morre”, que denotamos por (f<sub>1</sub>) e “E agora, José? [...] Você que é sem nome”, que denotamos por (f<sub>2</sub>), conforme apresentado pelos alunos A10 e A12, nas figuras 12 e 13, a seguir.

**Figura 12:** Registro de indicação de contradição do aluno A10 na Tarefa 1b).


“E agora José [...] você que é sem nome”.

Fonte: Os autores.

**Figura 13:** Registro de indicação de contradição do aluno A15 na Tarefa 1b).


“Se você morresse... Mas você não morre”

Fonte: Os autores.

Os alunos que registraram o fragmento f<sub>1</sub> como contradição, portanto, interpretaram que o fragmento poderia ser reescrito da seguinte forma: “Você tem nome e você não tem nome” e o fragmento f<sub>2</sub> como: “se você morrer, então você não morre”. Notemos que os alunos que apresentaram f<sub>2</sub> como contradição não se atentaram para o fato de que as

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

proposições da forma “se  $p$  então  $\sim p$ ” não são uma contradição, pois, quando  $p$  é falsa,  $\sim p$  é verdadeira e, com isso, a proposição “se  $p$ , então  $\sim q$ ” é verdadeira, contrariando a definição de contradição.

Vale destacar que, ao solicitar que os alunos apresentassem explicações sobre o significado que atribuem ao conceito de contradição e também o significado no contexto do poema, surgiram indícios de que alguns deles, no decorrer de seus estudos, não compreenderam o significado desses conceitos. Neste sentido, conforme Machado (1998, p.9), “[...] a Língua Materna deveria participar efetivamente dos processos de ensino de Matemática, não apenas tornando possível a leitura dos enunciados, mas sobretudo como fonte alimentadora na construção de conceitos”. Desse modo, o professor, a partir do que os alunos evidenciam sobre suas concepções a respeito de um determinado conceito, tem a oportunidade de esclarecer alguns aspectos que o caracterizam.

A segunda tarefa possibilitou observar como os alunos compreendiam os princípios da lógica clássica e as relações que estabelecem com a linguagem cotidiana.

**Quadro 6:** Organização das respostas referentes à Tarefa 2.

Texto	Não faz associação	Faz associação corretamente?		Não justifica	Apresenta justificativa do tipo	
		Sim	Não		Formal	Não formal
Texto 1 (Princ. do Terceiro excluído)	A3, A8, A12, A19, A20, A21 (6 alunos)	A1, A2, A4, A5, A6, A7, A9, A10, A11, A14, A15, A16, A17, A18 (14 alunos)	A13	A11	A16, A17 (2 alunos)	A1, A2, A4, A5, A6, A7, A9, A10, A14, A15, A18 (11 alunos)
Texto 2 (Princ. da não-contradição)	A3, A8, A12, A14, A19, A20 (6 alunos)	A1, A2, A4, A5, A7, A9, A10, A11, A13, A15, A16, A17, A18, A21 (14 alunos)	A6	A11	A10, A16, A21 (3 alunos)	A1, A2, A4, A5, A7, A9, A13, A15, A17, A18 (10 alunos)

Fonte: Os autores.

No texto 1, da tarefa 2, nossa intenção era que os alunos verificassem que estava presente o princípio do terceiro excluído, pois o rei interpreta que, se o chapéu não é do chapeleiro, então ele é roubado, como se não tivesse uma terceira alternativa, associando este contexto ao fato que este princípio da lógica afirma que uma proposição é verdadeira ou falsa, não existindo uma terceira opção. Sendo assim, no contexto do texto 1, a argumentação do rei leva-nos a entender que a negação de “não é meu” é “é roubado”. Nessa situação, se chamarmos de  $p$  a proposição “O chapéu não é do chapeleiro”,  $\sim p$  será,

equivocadamente, “O chapeleiro roubou o chapéu”, ou seja, no contexto deste texto, só temos as duas seguintes opções:  $p \vee \sim p$  ( $p$  é verdadeira ou não  $p$  é verdadeira).

Já no texto 2, nossa intenção era que os alunos verificassem que estava presente o princípio da não-contradição, pois, quando o rei diz que ficou gelado até as pontas de suas suíças, pressupõe-se que ele usa suíças, mas, em seguida, a rainha já o desmente, dizendo que ele não usa suíças, logo, é possível associar esse contexto ao fato de que este princípio da lógica estabelece que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Sendo assim, no contexto do texto 2, se chamarmos de  $p$  a afirmação “O rei usa suíças”, temos que  $\sim p$  é “O rei não usa suíças”. Como,  $p \wedge \sim p$  é uma contradição, pode-se concluir que o rei mentiu e não ficou gelado até a ponta de suas suíças.

No que se refere à identificação dos princípios da lógica em cada um dos textos, verificamos que a maioria (14 dos 21 alunos) não apresentou dificuldades para associar corretamente o princípio do terceiro excluído ao texto 1 e o princípio da não-contradição ao texto 2, tendo em vista que, dos 21 alunos participantes da pesquisa, 6 não fizeram algum tipo de associação para o texto 1 e para o texto 2; e somente 2 alunos fizeram associação de modo incorreto (A6 e A13). Essa verificação corrobora a ideia de que os princípios da não-contradição e do terceiro excluído podem ser estudados a partir do contexto da obra *Alice no País das Maravilhas*, conforme é recomendado por Vilela e Dorta (2010).

No que diz respeito às justificativas apresentadas para explicar as respostas, observamos que, em relação à tarefa 1, os alunos já se sentiam mais seguros para tentar justificar porque os princípios que identificaram estavam presentes no contexto dos texto 1 e 2, pois, dos 14 estudantes que indicaram corretamente que o princípio do terceiro excluído estava presente no texto 1, apenas 1 não tenta justificar (A11). Da mesma forma, dos 14 alunos que indicaram corretamente que o princípio da não-contradição estava presente no texto 2, somente 1 não apresentou justificativa (A11).

Sobre as justificativas apresentadas para a interpretação de que no texto 1 estava presente a ideia do princípio do terceiro excluído, é importante ressaltar: julgamos que apenas duas destas justificativas apresentavam uma explicação mais formal, pois estas indicavam que os alunos compreendiam a ideia implícita no princípio do terceiro excluído e sabiam explicá-la no contexto do Texto 1, conforme a figura 14.

Figura 14: Justificativa apresentada pelo aluno A17 na Tarefa 2.

<p><math>P</math>: Chapéu é seu    <math>q</math>: <math>\sim p</math> = roubado  <math>\sim p \rightarrow q</math>    <math>\bar{v}</math> vale</p> <p>TEXTO 1  Princípio do Terceiro excluído  O rei usou o pensamento que só uma coisa ou outra pode ocorrer dizendo que se o chapéu não fosse dele, então seria roubado.  O chapéu poderia não ser dono do chapéu mas ter a posse dele.</p>
<p><math>P</math>: chapéu é seu    <math>q</math>: <math>\sim p</math> = roubado  <math>\sim p \rightarrow q</math> não vale</p> <p>Texto 1  Princípio do Terceiro Excluído  O rei usou o pensamento que só uma coisa ou outra pode ocorrer dizendo que se o chapéu não fosse dele, então seria roubado.  O chapeleiro poderia não ser dono do chapéu, mas ter a posse dele</p>

Fonte: Os autores.

Observamos que 11, das 13 justificativas apresentadas para explicar a associação do princípio do terceiro excluído ao texto 1, se mostravam confusas, pois, embora estas evidenciassem que o que é declarado pelo chapeleiro é falso ou verdadeiro, elas não explicitam a impossibilidade de uma terceira opção, como pode ser verificado na resposta apresentada pelo aluno A5.

Figura 15: Justificativa apresentada pelo aluno A5 na Tarefa 2.

<p>Texto 1: Princípio do terceiro excluído.  Pois o chapéu não é dele e também não é roubado, são todos para vender, logo ele está mentindo ou falando a verdade.</p>
<p>Texto 1: Princípio do Terceiro Excluído.  Pois o chapéu não é dele e também não é roubado, são todos para vender, logo ele está mentindo ou falando a verdade.</p>

Fonte: Os autores.

Quanto às justificativas apresentadas pelos alunos para explicar porque interpretaram que o texto 2 continha a ideia do princípio da não-contradição, apenas 3 alunos apresentaram uma justificativa mais formal, deixando evidente que  $p$  e  $\sim p$  não podem ocorrer simultaneamente, e explicitando quais frases estavam denotando por  $p$  no contexto do texto 2. Este é o caso do aluno A16.

Figura 16: Justificativa apresentada pelo aluno A16 na Tarefa 2.

<p>Texto 2 - Princípio da não-contradição  Se a afirmativa da rainha for verdadeira, a do rei obrigatoriamente é falsa, as duas não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo.</p>
<p>Texto 2 - Princípio da não-contradição  Se a afirmativa da rainha for verdadeira, a do rei obrigatoriamente é falsa, as duas não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo.</p>

Fonte: Os autores.

Por sua vez, o Aluno A17 não explica qual frase do texto considera como  $p$ . Apesar de deixar claro que sabe o que diz o princípio da não-contradição, o estudante não estabelece relação com o contexto do texto 2, como pode ser verificado na figura 17.

**Figura 17:** Justificativa apresentada pelo aluno A17 na Tarefa 2.

Princípio da não contradição $\sim p \wedge p$ não podem ocorrer simultaneamente, então o rei não podeu
Princípio da não contradição $\sim p \wedge p$ não podem ocorrer simultaneamente, então o rei não “poderi”

Fonte: Os autores.

Essa explicação do aluno A17 representa a maioria das explicações dos demais discentes que mostram saber o que diz o princípio da não-contradição, mas parecem ter dificuldades de aplicá-lo no contexto do texto 2. Isso porque, dos 14 alunos que fizeram a associação corretamente, 10 demonstram dificuldade para elaborar uma justificativa mais formal.

Depois que os alunos entregaram as folhas com as resoluções, fizemos uma breve discussão sobre o que eles haviam registrado e apresentamos respostas que consideramos corretas para as tarefas, uma vez que estas continham questões abertas. Para exemplificar o quanto de conteúdos de lógica poderia ser explorado do poema *E agora, José?*, foi apresentada para os alunos a análise lógica que Machado (2017) fez deste poema.

Após essa apresentação, já finalizando o encontro, perguntamos aos alunos se concordavam com as ideias de Machado (2017) e se sentiram dificuldades para resolver as tarefas. A maioria dos discentes se manifestou de acordo com as ideias do autor e uma aluna, em específico, respondeu que sentiu dificuldades para resolver as tarefas porque não estava habituada com este tipo de atividade. Ressaltamos que a fala dessa estudante está de acordo com o que Machado (1998) alerta: as conexões entre os conteúdos da matemática e a linguagem materna não são exploradas.

Após a fala dessa aluna, outro acadêmico complementou o comentário afirmando que dependia muito do professor que ministrava as aulas de lógica, fazendo-nos subentender que determinados docentes tentavam fazer algum tipo de associação entre os conceitos de lógica e seu uso na linguagem cotidiana, mas outros focavam mais nos aspectos técnicos do estudo da lógica.

*Identificação e explicação de conceitos da lógica matemática em trechos de textos da literatura: o que os alunos registram?*

Por fim, destacamos que a análise dos registros e a fala dos alunos citados no parágrafo acima revela que é necessário estudar formas de abordagem de conteúdos de lógica que se pautem na impregnação entre a matemática e a língua materna. Isso permite explorar os significados dos conceitos e superar determinadas dificuldades que persistem no ensino desta temática, fato que está em consonância com as ideias de Machado (1998).

**Algumas considerações**

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de identificar e analisar registros dos alunos, durante a resolução de tarefas que envolvem conceitos básicos de lógica em contextos de obras de literatura. Com base na análise da produção escrita dos estudantes, observamos que, em relação à identificação dos conectivos lógicos e princípios da lógica no contexto apresentado nas tarefas, os alunos demonstraram facilidade para reconhecê-los. Tanto que, na primeira tarefa, alguns deles indicaram conectivos que não estavam evidentes no poema.

No que se refere à habilidade de explicar o significado dos conectivos no contexto do poema e apresentar uma justificativa para a escolha dos princípios nos trechos da história de Alice no país das maravilhas, os registros mostram que: i) alguns alunos não tentam apresentar justificativas para as respostas; ii) outros tentam apresentar justificativas, mas no decorrer da explicação confundem os conceitos; iii) e, também, alguns estudantes dominam os conceitos, mas não sabem aplicá-los em contextos da literatura.

Contudo, consideramos válido salientar que, no decorrer da resolução das duas tarefas, percebemos que os alunos demonstraram interesse em resolvê-las e se dedicaram para tentar, de fato, expressar na produção escrita, aquilo que compreendiam sobre os conceitos de lógica abordados nas tarefas.

Diante dos resultados apresentados, verificamos a relevância de uma abordagem interdisciplinar entre a língua materna e a lógica. Essa abordagem pode contribuir tanto no que diz respeito à motivação dos alunos para estudar conceitos da lógica quanto no que se refere à construção de significado para os conceitos, tendo em vista que, com esta abordagem, poderão analisar o mesmo conceito sob diferentes pontos de vista.

Outro aspecto relevante quanto à utilização da língua materna é a importância que ela tem no que se refere à elaboração de justificativas e argumentação para explicar o significado dos conceitos em contextos diferenciados, habilidades tão importantes para o estudante de matemática.

Por fim, enfatizamos que este texto mostra possibilidades de uma abordagem interdisciplinar entre a língua portuguesa e alguns conteúdos da lógica. No presente estudo, essa abordagem teve como foco a identificação de indícios da compreensão dos alunos sobre alguns dos conceitos da lógica em trechos de texto da literatura. Entretanto, consideramos que essa abordagem pode, também, propiciar um bom ponto de partida para a introdução e discussão sobre esses conceitos, indo ao encontro da ideia defendida por autores citados neste texto de que a interdisciplinaridade é um dos princípios básicos para o ensino de matemática.

### Referências

- ALENCAR FILHO, E. de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.
- DRUK, I. A Linguagem Lógica. **Revista do Professor de Matemática**. 1998, nº 15. Disponível em: < <http://rpm.org.br/cdrpm/17/3.htm> >. Acesso em: 28 jan., 2019.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- LENOIR, Y. Didática e interdisciplinaridade: uma complementaridade necessária e incontornável. In: FAZENDA, I. C. A. (org.). **Didática e interdisciplinaridade**. Campinas – SP: Papyrus, 2015. p. 45-75.
- LIRA, M. C. L.; SILVA, J. R. da. Conectivos lógicos condicionais: o uso do *se... então...* na construção das ideias matemáticas. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2004. Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.
- MACHADO, L. V. **A Lógica em Carlos Drummond de Andrade**. Programa de Aperfeiçoamento para professores de Matemática do Ensino Médio – PAPMEM, 2017. Disponível em: < <http://stratoimpa.br/videos/2017-papmem/jan/sojose.pdf> >. Acesso em: 31 jan., 2019.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 1998.
- MACHADO, N. J.; CUNHA, M. O. **Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- MATHEUS, A. R; CANDIDO, C. C. A Matemática e o desenvolvimento do raciocínio lógico. **Revista do Professor de Matemática**, 2013. Disponível em: [http://www.rpm.org.br/rpm/img/conteudo/\\_les/6-mc11.pdf](http://www.rpm.org.br/rpm/img/conteudo/_les/6-mc11.pdf). Acesso em: 30 jan., 2019.
- MICHAELLIS. **Dicionário brasileiro da Língua Portuguesa**. Editora Melhoramentos, 2015. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br/>>. Acesso em: 13 mar., 2019.
- MORTARI, C. A. **Introdução à lógica**. 2. Ed. São Paulo: Editora Unesp, 2016.

PAVIANI, J. **Interdisciplinaridade: conceito e distinções**. 2ª ed. Caxias do Sul- RS: Educus, 2008.

SOARES, F. A lógica no cotidiano e a lógica na matemática. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. **Anais...** Recife- PE: SBEM, 2004. Disponível em: < <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/05/MCo3526677700.pdf>>. Acesso em: 18 fev., 2019.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. **Interdisciplinaridade e aprendizagem de matemática na sala de aula** (Coleção Tendências em Educação Matemática). Belo Horizonte. Editora Autêntica, 2008.

VILELA, D. S.; DORTA D. O que é “desenvolver raciocínio lógico”? Considerações a partir do livro Alice no País das Maravilhas. **Revista brasileira de estudos pedagógicos**. Brasília. v. 91, n. 229. 634-651, set./dez., 2010.

## Notas

<sup>i</sup> Neste trabalho, o termo lógica matemática é utilizado para denotar a lógica moderna ou lógica simbólica, introduzida por Leibniz, Boole e Frege, mas que se fundamenta na lógica aristotélica (também denominada por Lógica Clássica, Lógica Formal ou simplesmente por Lógica).

<sup>ii</sup> Esta teoria ficou conhecida como Teoria dos Silogismos.

<sup>iii</sup> A expressão linguagem cotidiana, neste texto, é entendida como a capacidade que os sujeitos têm de se comunicar e de compreender a Língua Materna.

Sobre os autores

## Sobre os autores

### Érica Gambarotto Jardim Bergamim

Mestra em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá. Professora da Educação Básica e professora mediadora do departamento de mediação da pós-graduação à distância da Unicesumar - PR. E-mail: [ericagambarotto@hotmail.com](mailto:ericagambarotto@hotmail.com)  
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2954-3506>

### Rodrigo Martins

Doutor pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo – ICMC/USP e atualmente é Professor Associado do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá. E-mail: [rmartins@uem.br](mailto:rmartins@uem.br)  
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3769-9279>

### Mariana Moran

Doutora pelo Programa de pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá e Professora Adjunta do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá - UEM. E-mail: [marianamoranbar@gmail.com](mailto:marianamoranbar@gmail.com)  
Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8887-8560>

Recebido em: 25/07/2019

Aceito para publicação em: 30/08/2019