**Programa de Pós-Graduação em Educação**
**Universidade do Estado do Pará**
**Belém-Pará- Brasil**

Revista Cocar

Revista Cocar V.13. N. 27. Set./Dez./ 2019 p. 860-882 ISSN: 2237-0315

# Desempenho de graduandos da licenciatura em Matemática em resolução de problemas acerca de função afim: efeitos dos fatores de congruência

## Performance of graduates in Mathematics in solving problems related to function: effects of congruence factors

Mikaelle Barboza Cardoso
**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE**
Marcilia Chagas Barreto
**Universidade Estadual do Ceará – UECE**
Fortaleza-Ceará-Brasil

**Resumo**
Este estudo objetivou analisar o desempenho de licenciandos em Matemática, em atividades de função afim, com diferentes níveis de congruência entre representações semióticas utilizadas. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi o aporte teórico, que coloca a base estrutural da Matemática fundamentada nas suas diversas representações e nas atividades cognitivas que podem ser desenvolvidas a partir delas. Percebeu-se a relação existente entre os êxitos e falhas dos estudantes nas conversões realizadas e a presença ou ausência dos três fatores de congruências: *i*) correspondência semântica das unidades de significado; *ii*) unicidade semântica terminal e *iii*) conservação da ordem das unidades. Os dados apresentados indicaram que quanto maior foi o grau de congruência do problema, maior o sucesso dos licenciandos. Destaca-se, dessa forma, a importância das discussões trazidas pela TRRS na formação inicial de licenciandos. Tais elementos podem favorecer o ensino e a aprendizagem da disciplina, cujo domínio ainda permanece como desafio para a população brasileira.
**Palavras-chave:** Registros de representação semiótica. Função afim. Formação de professor.

**Abstract**
The present study intends to analyze the performance of graduates in Mathematics, in activities of similar function with different levels of congruence between semiotic representations used. The Theory of Registers of Semiotic Representation (TRSR) was used as a theoretical contribution that places the structural basis of Mathematics based on its various representations as well as the cognitive activities that can be developed from them. It was possible to perceive the relationship between the successes and failures of the conversions performed and the presence or absence of the three congruence factors, named: i) semantic correspondence of the units of meaning; ii) terminal semantic uniqueness and iii) preservation of the order of the units. The data presented indicated that the greater the degree of congruence of the problem, the greater the chances of successes of the graduates. It is believed that the approach of theories that add elements to teaching and learning provides a formation focused on problems that will be faced in the classroom. In this way, the importance of the discussions brought by TRSR in the initial training of graduates is highlighted. Such elements can support the teaching and learning of the discipline, whose mastery still remains a challenge for the brazilian population.
**Keywords:** Registers of semiotic representation. Related function. Initial formation.

## 1 Introdução

Este artigo discute o desempenho de estudantes do 6º e 7º semestres do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), em atividades relativas ao conceito de função afim que lhes foram propostas durante curso de extensão[1] realizado.

Definiu-se a função afim como conteúdo do curso, devido a seu papel preponderante no currículo escolar. Esse conceito é considerado ferramenta importante para o estabelecimento de relações com as quais nos deparamos no cotidiano, além de possuir potencial para o trabalho interdisciplinar. O ensino de função afim objetiva "[...] descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos" em diversas manifestações e situações em várias áreas do conhecimento (BRASIL, 2000, p. 43).

Essas ideias são ratificadas pela Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2018, p. 319)[2] ao considerar a importância desse conceito com as suas representações e símbolos para a aprendizagem matemática. Segundo o documento, deve-se desenvolver a habilidade de "[...] compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis".

Entretanto, ainda é possível perceber dificuldade, por parte dos alunos, com esse conceito. A literatura da área aponta falhas dos alunos em identificar e coordenar diferentes registros de representação semiótica[3], evidenciando que as experiências de ensino se concentram no monorregistro[4] (SANTOS, 2002; LOPES, 2003; SCANO, 2009).

As pesquisas apontam também a ausência de atividades de interpretação e produção de textos matemáticos em Língua Materna; dificuldades dos alunos em realizar generalizações, abstrair regularidade, criar modelos e formular questões, restringindo assim o pensamento matemático (PELHO, 2003; LIMA, 2008; GIL, 2008).

Pelho (2003) destaca as dificuldades dos alunos com o conceito de função, e a incompreensão do significado das variáveis independente e dependente. Gil (2008) relata que os alunos não conseguem traduzir problemas da linguagem escrita para a linguagem matemática, constituindo-se um dos motivos do fracasso escolar. Lima (2008) salienta que a dificuldade na compreensão do conceito de função atinge alunos da Educação Básica, Superior e professores de matemática.

Nessa perspectiva, voltou-se o olhar para a Formação do Professor de Matemática visto que os problemas de aprendizagem enfrentados pelos estudantes estão atrelados às condições de ensino e, portanto, à formação docente.

Não obstante, as atividades propostas aos futuros professores em formação inicial e aqui discutidas visaram à percepção e análise da influência dos níveis de congruência entre a representação semiótica em que se propõe a atividade e aquela utilizada na sua resolução, para o desempenho dos estudantes.

O conceito de congruência foi tomado da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Para o autor, a Matemática, dada a abstração dos conceitos que lhe constituem, impõe a utilização de diversificadas representações semióticas (Gráficos, Representação Algébrica, Tabelas, Língua Materna e diagramas, etc.). Na expressão de Duval (2009, p 17), "[...] não há *noesis* sem *semiosis*".

Duval (2009) adverte para a existência de dois tipos de representação – discursiva e não discursiva – e dois tipos de registro – monofuncional e multifuncional. Em cada tipo de registro é possível se elaborar cada um dos tipos de representação. O registro monofuncional exige o tratamento por meio de algoritmo (ex. gráfico), enquanto o multifuncional permite diversificados usos (língua materna). A representação discursiva é aquela que traz em si todos os elementos necessários à transmissão total da mensagem. Em contrapartida, a não discursiva requer complementação com elementos de outro registro.

A representação semiótica é externa ao indivíduo e envolve sistema específico de signos constituído por variedade de unidades elementares que dão sentido à representação. Para o Duval (2011a) o significado de registro de representação semiótica é relacionado a sistemas cognitivamente capazes de se tornar produtores, ou ainda, criadores de novas representações permitindo assim a descoberta de novos objetos.

Premissa fundamental nessa teoria refere-se à necessidade de articulação e mobilização de diferentes representações para a elaboração de conceitos matemáticos, distinguindo o objeto representado de sua representação. Dominoni (2005, p. 118) afirma que o "[...] essencial não são os registros de representação que estão sendo utilizados, mas como estão sendo utilizados". Assim, a compreensão do objeto matemático requer coordenação entre diferentes representações de um conceito.

As representações semióticas, de acordo com Duval (2003, 2009), propiciam e exigem a construção de três atividades cognitivas fundamentais: a formação, o tratamento e a conversão. Aqui apresentamos as três, apenas para destacar a conversão que é o objeto deste estudo.

A formação consiste na constituição da representação de um conceito, em um registro escolhido, onde estejam presentes os elementos necessários para a sua compreensão, de acordo com as regras de conformidade de cada registro. A representação da função no gráfico cartesiano requer a observação de elementos como: os eixos coordenados (x, y), os pontos pertencentes à função e a observação da relação entre abscissa, ordenada e eixos cartesianos. Sem a consideração desses elementos e da relação entre eles, a representação será realizada de forma equivocada.

O tratamento é a alteração da representação dentro de um registro de representação, em busca da solução do problema, seguindo regras de expansão. O tratamento do registro algébrico $f(x) = 2.x - 5$, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, para $f(3)$ transforma a representação no mesmo registro: $f(3) = 2.3 - 5$; isto implica em $f(3) = 1$.

A conversão é a transformação da representação de um objeto matemático, realizada entre diferentes registros de representação semiótica. Enquanto para as outras duas atividades cognitivas há regras a serem observadas, para a conversão não existem regras, o que a torna mais difícil. Uma mesma função afim pode ser convertida entre registros algébrico, tabular, gráfico, língua materna, etc., conservando seus elementos significativos.

Duval (2009) considera a conversão de suma importância para a elaboração conceitual e critica a ênfase no trabalho escolar concedida à atividade de tratamento, deixando-a em segundo plano. Duval (2003) denomina essa prática de monorregistro, em que se explora prioritariamente um registro, normalmente, aquele em que o custo cognitivo é menor para os estudantes. Dessa forma, reduz-se a importância da conversão, muitas vezes, levando o aprendiz a confundir a representação do conceito que está sendo usada com a essência do conceito. O autor adverte que as relações entre os registros de representação semiótica não acontecem de forma espontânea.

O nível de dificuldade dos problemas está ligado prioritariamente à conversão. Para essa avaliação é necessário considerar dois aspectos: os níveis de congruência e a heterogeneidade de sentidos. Neste trabalho analisa-se o primeiro aspecto.

Os níveis de congruência "[...] entre dois registros de representação diferentes dizem respeito à proximidade ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada" (SOUSA, 2010, p. 60), isto é, aquele em que se propõe o problema e aquele em que se intenciona resolvê-lo. Existem três critérios para estabelecer o nível de congruência na conversão entre representações: *i*) correspondência semântica das unidades de significado: é a preservação do mesmo significado para cada unidade significante, presente nas duas representações que estão sendo colocados em correspondência; *ii*) unicidade semântica terminal: é a associação de uma unidade significante elementar de um registro de partida com apenas uma unidade significante elementar no registro de chegada; e *iii*) conservação da ordem das unidades: é a conservação da sequência de aparecimento e utilização das unidades significativas nos dois registros de representação presentes na conversão.

A congruência depende da presença dos critérios. Para Duval (2011a, p. 121) "[...] a variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos".

Duval (2011a, p. 124) salienta que "[...] as variações de congruência e não congruência mostram que não existe nenhum isomorfismo entre as representações de um objeto matemático em um registro e suas possíveis representações nos outros registros". Apenas a realização de conversões entre diferentes registros pode levar à efetiva elaboração do conceito matemático. Com base nestas considerações se analisam os dados deste artigo.

A análise da literatura evidenciou a escassez de pesquisas que abordem as dificuldades dos licenciandos de Matemática, no que se refere ao conteúdo de função afim[5], em especial como eles resolvem problemas com níveis de congruências variados. Essa ideia é ratificada por Ferreira (2018, p. 9), ao afirmar que as pesquisas "[...] estão centradas numa perspectiva de investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem, nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, principalmente através do desenvolvimento de sequencias didáticas ou estudos exploratórios com estudantes".

Os trabalhos referentes à Formação inicial e continuada (SILVA, 2009; MAGGIO, 2011; CARDOSO, 2015; MOSSI, 2016) revelam as apreensões conceituais dos estudantes acerca de função afim e a importância de conhecer teorias como a dos Registros de Representações Semióticas nos cursos de formação inicial e continuada de Matemática. De modo geral, essa é uma teoria ainda pouco difundida nesses cursos de formação.

**2 Procedimentos metodológicos**

Os dados aqui analisados são oriundos da resolução de atividades relativas ao conceito de função afim, considerando os níveis de congruência entre as conversões, realizadas por estudantes da licenciatura em Matemática da UECE. Essas atividades fizeram parte de curso de extensão que tinha como objetivo contribuir para a formação inicial do professor de Matemática para o ensino de função afim, utilizando os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Os estudantes do curso foram aqueles que se voluntariaram para sua participação e que, uma vez informados de que se tratava de parte de uma pesquisa de mestrado, assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. O aluno deveria já ter cursado as disciplinas do currículo que tratam conceitos de função – mínimo o 6º semestre. Sete sujeitos participaram do processo e são identificados como: GA, GB, GC, GD, GE, GF e GG.

A captação dos dados foi realizada através de dois protocolos, constantes de 6 e 8 situações-problema acerca do conceito de função. A aplicação dos protocolos foi realizada com o intervalo de dois dias. Os estudantes resolveram os problemas individualmente, deixando os registros aqui analisados. Estão analisadas 4 e 2 situações-problema do protocolo 1 e 2 respectivamente. Os problemas propostos tomaram como referência as obras: Lima *et al* (2006); Dante (2008); Smole e Diniz (2010); Pires e Magina (2012).

**3 Estratégias de conversões: competências e lacunas conceituais**

As atividades foram analisadas, considerando as conversões entre os seguintes registros de representação semiótica: Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA); Registro Tabular (RT) com apoio da LM para RA; Registro Gráfico (RG) com apoio da LM para RA e LM para RG. Nas situações-problema relativas a cada tipo de conversão, buscou-se destacar os fatores de congruência propostos por Duval (2009), visando ao estabelecimento de relação entre a congruência e o desempenho do aluno.

### 3.1 Conversão Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Nesta categoria de conversão foram analisadas duas situações-problema, com diferentes níveis de congruência. A primeira, encontra-se no quadro 1, abaixo, em que são explicitadas as representações no registro proposto e a conversão que se esperava ser realizada pelos estudantes[6].

**Quadro 1** – Situação-problema: conversão da LM para o RA

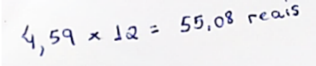
| REGISTRO DE PARTIDA (LM) | REGISTRO DE CHEGADA (RA) |
|---|---|
| Sabe-se que **o quilograma da maçã** no supermercado "GoodFood" custa **R$ 4,59**. **Quanto pagará** um cliente que comprar **12 quilogramas** dessa maça? | 1 Kg ------ R$ 4,59<br>12 Kg ----- R$ x |

Fonte: acervo pessoal

Percebe-se a presença de dois fatores de congruência mencionados por Duval (2009): *i)* cada unidade significante do registro de partida (texto sublinhado) é convertida em apenas uma unidade no registro de chegada; *ii)* o sentido semântico também é preservado, pois à medida que a quantidade de maçãs compradas aumentar o valor pago também aumentará, o que condiz com a multiplicação que é ensejada no registro de chegada. Já em relação ao último fator – a conservação da ordem das unidades – percebe-se pequena alteração, tendo em vista que a pergunta "quanto pagará" surge antes que os "12 quilogramas", ao passo que no registro de chegada os 12 kg aparecem primeiro que o x, alterando assim a ordem das unidades significantes. Trata-se de sutil alteração, podendo-se afirmar que estamos diante de conversão com discreto nível de não congruência.

Todos os estudantes obtiveram êxito na conversão da representação. O desempenho demonstrado pelos graduandos em uma situação-problema com esse nível de congruência está de acordo com o que afirma Duval (2009), ao considerar que o êxito aumenta significativamente quando no problema há correspondência para dois ou mais critérios mencionados. A seguir, um exemplo da resolução exitosa, embora não se perceba a explicitação das 4 unidades significativas envolvidas.

**Figura 1** – Êxito na conversão LM/RA – Q1 (GB)




**Fonte**: Acervo pessoal

A segunda situação-problema desta categoria de conversão encontra-se no quadro 2, abaixo.

**Quadro 2 –** Situação-problema: conversão da LM para o RA

| REGISTRO DE PARTIDA(LM) | REGISTRO DE CHEGADA (RA) |
|---|---|
| Uma papelaria cobra **R$ 0,10 por página** copiada, **caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50**. **Se o número de páginas for superior a 50**, **o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08**. Nessas condições caso um cliente copie 100 páginas, qual o valor a ser pago para a papelaria (C)? | $C(x) = \begin{cases} 0{,}10x & \text{se } x \leq 50 \\ 5 + 0{,}08(x-50) & \text{se } x > 50 \end{cases}$ |

Fonte: Acervo pessoal

Nesta situação-problema, no registro de chegada percebe-se que os intervalos "$x \leq 50$" e "$x > 50$" se referem a função definida por mais de uma sentença ($C(x) = 0{,}10x$; $C(x) = 5 + 0{,}08\,(x - 50)$ que depende do número de páginas requisitadas pelos cliente no momento da cópia.

Em relação à ordem das unidades significativas, pode-se perceber que para a elaboração da primeira lei de formação (C(x) = 0,10x) os elementos apresentam-se na mesma ordem. Entretanto, ao consideramos a segunda lei de formação ( $C(x) = 5 + 0{,}08\,(x - 50)$) os elementos mudam de ordem, como por exemplo a expressão "se o número de páginas..." que aparece como a primeira unidade significativa no registro língua materna será convertida como último elemento na representação algébrica. A correspondência semântica entre as unidades significativas é auxiliada pela presença do termo "adicional", que induz a uma necessária adição, mas encobre a multiplicação que deve ser realizada $(0{,}08\,(x - 50))$. Além disso, a unicidade semântica terminal novamente fica prejudicada quando da conversão que dará origem à segunda lei de formação. Nesta, o valor 5 e a expressão x > 50 são originários da expressão "se o número de páginas for superior a 50". Assim, uma unidade significativa no registro de partida dá origem a duas unidades no registro de chegada.

Pode-se então considerar uma conversão com baixa congruência, o que pode explicar a ausência de conversões corretas praticadas pelos sujeitos. Apenas um graduando chega à resposta esperada, mas com a representação incompleta. No quadro abaixo, os tipos de conversões realizados:

**Quadro 3** – Exemplos de falhas de conversões da LM para o RA

| EXEMPLO 1 | EXEMPLO 2 | EXEMPLO 3 |
|---|---|---|
| Desconsidera a função definida por mais de uma sentença (GB)<br>C = 100 × 0,08 = 8 reais | Uso de lei de formação única (GC)<br>0,10x + 0,08y = | Ausência de subtração na 2ª lei de formação<br>P/ x ≤ 50 , C = 0,10 . x<br>P/ x > 50, C = 5 + 0,08x<br>b) C = 5 + 0,08 . 50<br>C = 5+4 = 9<br>O cliente pagará R$ 9,00<br>(GD |

Fonte: acervo pessoal

Nessa situação-problema, 5 graduandos realizaram a conversão conforme o Exemplo 1. Eles não consideraram todas as unidades significativas contidas no registro de partida, trabalhando apenas com o valor a partir de 50 cópias. Os graduandos não perceberam a necessidade de fragmentar a quantidade total de cópias em duas parcelas, as quais teriam preços distintos.

Apenas GC procedeu conforme o exemplo 2, representando cada categoria de cópia (normal ou adicional) por uma incógnita diferente, multiplicando-as pelos valores correspondentes. Observa-se a representação dos dois diferentes valores para as cópias, entretanto, não estão explícitas as diferentes quantidades que condicionavam os valores, além de tratar-se de uma equação com duas incógnitas distintas.

No exemplo 3, embora se perceba a resposta final correta, evidencia-se falha em representar no registro algébrico. O aluno interpretou corretamente que para a quantidade menor ou igual a 50 páginas copiadas o custo seria "C = 0,10x", onde x representa a quantidade de páginas copiadas. Entretanto, na representação, o graduando não considerou que houvesse tipos diferentes de páginas (normal ou adicional), usando sempre a mesma incógnita "x" em ambas as leis de formação ao invés de (x-50) na segunda sentença.

### 3.2 Conversão Registro Tabular (RT) com apoio da Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Esta situação-problema envolveu na partida o registro tabular, do tipo não discursivo, de modo que foi necessário o apoio da Língua Materna para a explicitação completa da proposta.

**Quadro 4 –** Situação-problema: conversão do RT com apoio da LM para o RA

<table>
<tr><th>REGISTRO DE PARTIDA</th><th>REGISTRO DE CHEGADA (RA)</th></tr>
<tr><td>A tabela a seguir representa o abastecimento de um avião KC-135 em litros por segundo. Sabe-se que o avião já tinha em seu tanque 500 litros antes do início do abastecimento. Nessas condições qual a lei de formação que permite calcular a quantidade de litros V(t) em função do tempo por segundo (t)?
<table>
<tr><th>T (em segundos)</th><th>V(t) (em litros)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>560</td></tr>
<tr><td>2</td><td>620</td></tr>
<tr><td>3</td><td>680</td></tr>
<tr><td>4</td><td>740</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1100</td></tr>
<tr><td>30</td><td>2300</td></tr>
</table>
</td><td>V(t) = 60t + 500</td></tr>
</table>

Fonte: acervo pessoal

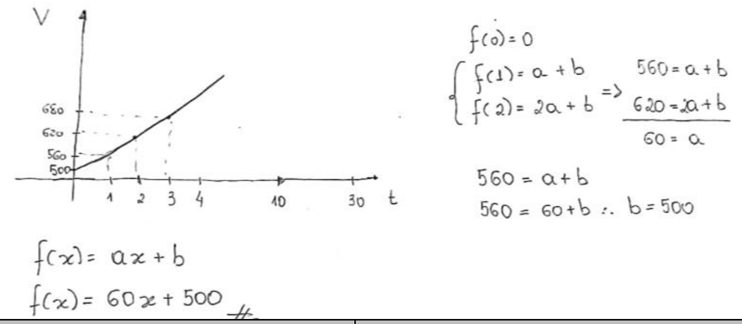
Nesta situação-problema, percebe-se a não observância dos critérios mencionados por Duval (2009): não há unicidade terminal, visto que para a determinação do coeficiente angular da lei de formação solicitada, exigem-se quatro elementos do registro tabular. No caso, podemos utilizar para o cálculo do coeficiente angular: a = $\frac{620-560}{2-1} = 60$. Como é possível verificar são quatro elementos de partida para um elemento no registro de chegada.

Além disso, a ordem também é alterada dada a necessidade de coordenação entre as unidades significativas do registro tabular para produzir o coeficiente angular. A correspondência semântica não é preservada, além de ser dificultada pelo uso de dois registros de partida (LM e RT), revelando uma situação-problema com baixa congruência.

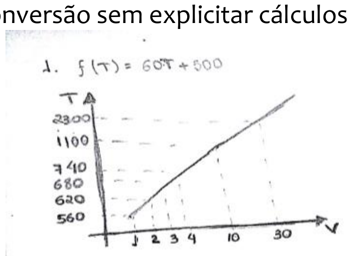
Nessa situação problema, 1 graduando construiu o gráfico corretamente e, por meio do uso de sistemas de equações, consegui elaborar a lei de formação solicitada; 4 graduandos construíram o gráfico por meio da associação ponto a ponto contida na tabela e descreveram algebricamente a lei de formação correta sem qualquer menção de como conseguiram encontrar o valor do coeficiente angular, e 2 graduandos não conseguiram correlacionar corretamente as variáveis dependentes e independentes, conforme exemplos.

**Quadro 5 –** Exemplos de conversões realizadas do RT com apoio da LM para o RA

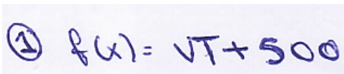
<table>
<tr><th colspan="2">EXEMPLO 1</th></tr>
<tr><td colspan="2">Êxito na Conversão (GA)



</td></tr>
<tr><th>EXEMPLO 2</th><th>EXEMPLO 3</th></tr>
<tr><td>Conversão sem explicitar cálculos (GB)



</td><td>Associação incorreta entre variáveis (GG)



</td></tr>
</table>

Fonte: Acervo pessoal

GA (Ex.1) obtém êxito utilizando o sistema de equações para encontrar o coeficiente angular (60) da função, já que esse valor não é fornecido no registro de partida. Em seguida, correlaciona corretamente com a quantidade inicial do tanque de combustível do avião 500 litros (valor fixo) encontrando a lei de formação: f(x) = 60x+500.

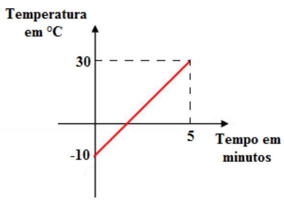
GB (Ex. 2) representa corretamente a lei de formação, porém, em nenhum dos seus registros explicita como encontrou o valor do coeficiente angular não sendo possível afirmar como calculou, ou se o GB compreende a conversão realizada.

Já o GG (Ex. 3) não demonstrou domínio desse tipo de conversão, já que não associou as unidades significantes do RT com o RA da função. Além disso, confunde-se quanto à conceituação da variável independente e dependente do problema. A associação entre essas variáveis, gera a representação "VT" na sua lei de formação, entretanto, o volume dado em litros (V) e o tempo fornecido em segundos (T) não são grandezas inversamente proporcionais. A relação correta entre essas variáveis seria V(t) = a.t + 500, sendo "a", o coeficiente angular da função.

### 3.3 Conversão Registro Gráfico (RG) com apoio da Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Aqui também se analisa uma situação-problema que requer a utilização da língua materna como apoio ao registro de partida, no caso o gráfico (Quadro 6). Duval (2011a) discorda da ideia defendida por diferentes teorias de que a multirepresentação nos enunciados facilitaria a compreensão de conceitos por parte dos estudantes. Segundo o autor, isso nem sempre acontece quando lidamos com problemas matemáticos, visto que, nem sempre existe congruência entre textos, esquemas, tabelas, gráficos, entre outras.

**Quadro 6** – Situação-problema: conversão do RG com apoio da LM para o RA

| REGITRO DE PARTIDA | REGISTRO DE CHEGADA |
|---|---|
| Uma barra de gelo (água em estado sólido) com temperatura inicial de **-10 °C** foi aquecida até **30°C** passando para o estado líquido. O gráfico ao lado representa a variação da temperatura em função do tempo gasto nesta experiência. Nessas condições, **determine a função** que fornece a temperatura da barra de gelo em relação à variação do tempo.   | **T(t) = 8t – 10** |

Fonte: acervo pessoal

Para esse problema não há congruência, isto porque a unicidade semântica terminal não é mantida, pois existem 3 unidades significantes no RG – temperaturas (30°C, -10°C) e tempo (5 minutos) – a serem convertidas para uma unidade significante no RA (coeficiente angular: 8), como é possível observar no registro algébrico a seguir: T(5) = $5.a$ – 10 → 30 = $5.a$ – 10 → a = 40/5 → **a = 8.**

Conforme é possível observar acima, a ordem das unidades significantes não é preservada na transformação entre registros. O sentido semântico do registro de partida não torna transparente para o estudante os tipos de operações a serem realizadas na conversão para o registro de chegada, o que requer, além de conhecimentos efetivos acerca do conceito de função afim e seus principais elementos (coeficientes angulares e lineares), saber corresponder essas unidades significativas com os seus eixos respectivos (temperatura e tempo). Nesse caso, 3 graduandos obtiveram êxito, enquanto 4 falharam.

**Quadro 7** – Exemplos de conversões realizadas do RG com apoio da LM para o RA

| EXEMPLO 1 | EXEMPLO 2 | EXEMPLO 3 |
|---|---|---|
| Conversão exitosa (GD) | Busca de valores de coeficientes (GB) | Associação incorreta entre o gráfico e a lei de formação (GF) |
| $f(t) = at + b$ porque<br>$b = -10$ $f(t) = 8t - 10$<br>$f(t): 30$<br>$t: 5$<br>$30 = a.5 - 10$<br>$40 = 5a$<br>$a = 8$ | $5a = 30$<br>$0a = -10$<br>(1) $5 \cdot 4 + b = 30$<br>$b = 30 - 20$<br>$b = 10$<br>$y = 4x + 10$ | 7º Temperatura inicial de -10°C<br>Foi aquecida até 30°C<br>Função crescente<br>$f(t) = -10°C + 30°t$ |

Fonte: Acervo pessoal

GD (Ex.1) identifica o coeficiente linear presente no RG. Ele obtém êxito na conversão, encontrando corretamente a Representação Algébrica da função "f(t) = 8t – 10". Nesse sentido, percebe-se competência e conhecimentos relevantes por parte do graduando nesse tipo de conversão. Para Duval (2009, p.79), é imprescindível o conhecimento das unidades visuais das representações gráficas, pois sem esse conhecimento, os estudantes têm "[...] poucas chances de fazer uma 'leitura correta' dos gráficos".

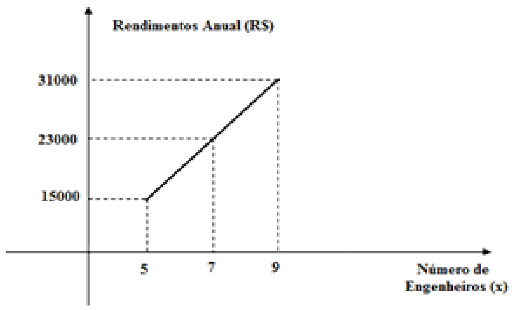
Já GB (Ex 2) desconsidera o coeficiente linear presente no gráfico (-10°C) e utiliza sistema de equações para a conversão do problema. A desconsideração da unidade significante acarreta falhas na conversão, gerando a função "y = 4x + 10". Segundo Duval (2011b, p. 97), "[...] a falta de conhecimentos das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica" podem acarretar lacunas conceituais que dificultam a compreensão do conceito de função na sua totalidade.

GF (Ex. 3) também não conseguiu realizar corretamente a conversão do problema. Ele fez a associação incorreta entre o RG e RA da função. De acordo com a função representada pelo graduando "f (t) = -10°C + 30°t", é possível observar que ele toma dois dos valores presentes na representação de partida e os coloca na condição de coeficiente angular e linear, buscando a representação mais ordinária da função afim. O outro valor presente (5) não foi considerado no processo de conversão. Essas práticas são mencionadas por Duval (2011b), que considera ser a passagem do RG para RA a maior causa de insucessos, em relação a função, entre estudantes, sendo imprescindível realizar atividades que tratem da correspondência semiótica entre esses dois registros de representação.

Situação de incongruência semelhante observamos no problema apresentado a seguir.

**Quadro 8 –** Situação-problema: conversão do RG com apoio da LM para o RA

<table>
<tr><th>REGISTRO DE PARTIDA</th></tr>
<tr><td>
Uma equipe de 5 engenheiros de telecomunicações, recém-formados, decidiram abrir uma empresa júnior. A empresa dos jovens engenheiros atuava na área de consultorias e assistência técnica. A fim de expandir seus negócios, a empresa resolveu realizar um cronograma de contratação. Sabendo que o rendimento anual da empresa varia de acordo com a quantidade de engenheiros dessa empresa, eles realizaram o gráfico ao lado com o objetivo de analisar a saúde financeira de seu negócio. Nessas condições, qual o rendimento da empresa quando ela contar com um quadro de 8 funcionários? Sabendo que ela possui uma despesa anual fixa de R$ 5.000,00?



</td></tr>
<tr><th>REGISTRO DE CHEGADA</th></tr>
<tr><td>R(x) = 4000x – 5000</td></tr>
</table>

Fonte: Acervo pessoal

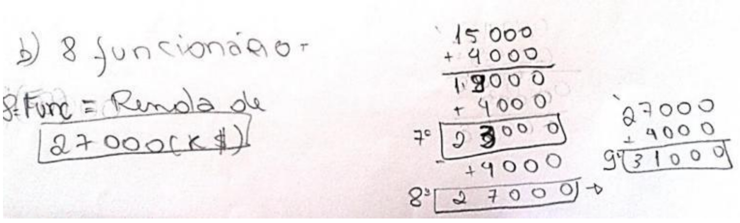
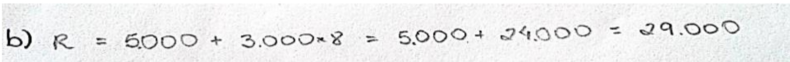
Novamente a incongruência se deve ao fato de que são necessárias quatro unidades significantes do RG para produzir uma unidade significante no RA (coeficiente angular: 4.000), ou seja, a unicidade semântica terminal não é mantida; a ordem também não é preservada na transformação de um registro para o outro; o sentido semântico não é mantido, tendo em vista que a conversão solicitada não está explícita para os graduandos, uma vez que há a necessidade de compreender que para calcular o rendimento da empresa é necessário chegar inicialmente à lei de formação da função. Outro fator de incongruência é a unidade significante R$ 5.000,00 que se refere à despesa fixa da empresa. Ela tem relação direta com a solução do problema, mas não está visualmente explicitada no gráfico.

Nesta situação-problema nenhum graduando realizou corretamente a conversão, embora GF tenha chegado à resposta esperada: 3 graduandos deixaram o problema em branco e 4 deles apenas esboçaram a conversão de maneira incompleta. Nesse sentido, vale destacar o que afirma Duval (2011a, p. 124):

> [...] os fenômenos de não congruência são mais numerosos que os fenômenos de congruência. É isso que faz a riqueza criadora da diversidade de registros. Eles não são previsíveis, mas devem ser estudados caso a caso, para cada atividade ou cada problema que propomos.

Dessa forma, os resultados apresentados estão de acordo com o que afirma Duval (2009): quando a congruência é baixa, a taxa de sucesso decresce consideravelmente.

**Quadro 9 –** Exemplos de conversões realizadas do RG com apoio da LM para o RA

| **EXEMPLO 1** |
|---|
| Obtenção do Coeficiente angular sem registro (GF) |
|   |
| **EXEMPLO 2** |
| Falha na conversão (GB) |
|   |

Fonte: Acervo pessoal

GF (Ex. 1) converteu para Registro Aritmético, realizando tratamento através de adição do valor do coeficiente angular ao primeiro valor da ordenada presente no gráfico. Não há, entretanto, qualquer representação que expresse a obtenção do valor de tal coeficiente. Infere-se que, através do cálculo mental, ele concluiu qual o aumento de rendimentos para cada engenheiro que se agregasse ao grupo (4.000). Dessa forma, pode-se considerar que a conversão apresentou falhas marcantes, embora o tratamento tenha sido realizado corretamente. Necessário considerar que está sendo avaliado o professor em formação que terá que utilizar essas representações na sua prática docente futura.

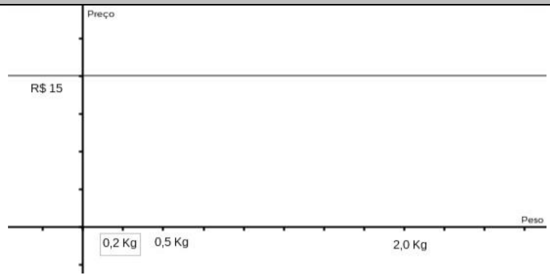
A resolução de GB (Ex. 2) esboça tentativa de conversão para o registro algébrico. Não conseguindo identificar as unidades significantes do registro de partida, considera o coeficiente linear 5.000, não atentando que, por se tratar de uma despesa a ele deveria ser atribuído o valor -5.000; na representação gerada no processo de conversão não se pode identificar como GB concluiu que o coeficiente angular tem valor 3.000.

De acordo com Duval (2009, p. 78), "[...] as dificuldades ligadas à não congruência da conversão podem ainda ser agravadas pelo desconhecimento de um dos dois registros de representação", ou ainda, quando tem que lidar com representações de dimensões diferentes, como o gráfico constituído de duas dimensões diferentemente das demais representações presentes no problema (LM/RA).

### 3.4 Conversão da Língua Materna (LM) para o Registro Gráfico (RG)

Na situação-problema observada abaixo (Quadro 10) temos como ponto de partida o Registro em Língua Materna. Trata-se de um problema que envolve uma função constante, sendo seu gráfico, portanto, composto por uma reta paralela ao eixo x (Preço). Vale destacar que, de acordo com Dante (2008), essa função se constitui como um caso particular da função afim, sendo caracterizado pela lei de formação: f(x) = b.

**Quadro 10** – Situação-problema: conversão da LM para o RG

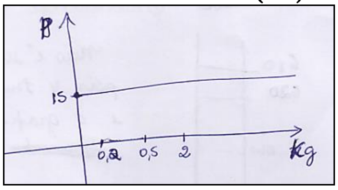
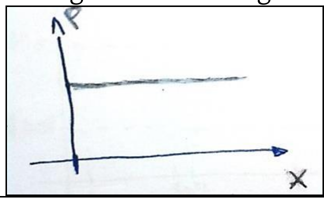
<table>
<tr><th>REGISTRO DE PARTIDA</th><th>REGISTRO DE CHEGADA</th></tr>
<tr><td>Um restaurante com sistema de rodízio cobra R$15,00 reais por pessoa, não importando se ela consome 0,2 kg, 0,5 kg, 2 kg... Nessas condições qual o gráfico que relaciona o preço por pessoa (P) e o consumo (x) em kg?”</td><td>
</td></tr>
</table>

Fonte: Acervo pessoal

A situação-problema apresenta alto nível de congruência. A correspondência semântica das unidades de significados, é mantida, tendo em vista que é possível perceber que independentemente da quantidade consumida pelas pessoas, o valor cobrado será o mesmo (R$ 15,00), indicando o caráter constante do gráfico. A unicidade semântica terminal é mantida na passagem de um registro para o outro, pois, cada um dos elementos no registro de partida (LM) pode ser convertido para um elemento do registro de chegada (RG). A ordem das unidades significantes também é respeitada entre os registros. De acordo com Duval (2009), quanto maior o grau de congruência entre os registros de representação, a conversão torna-se mais transparente para os alunos, propiciando maiores índices de acerto.

Neste problema, 5 graduandos realizaram corretamente a conversão; 1 graduando deixou em branco (GF) e 1 graduando desconsiderou as variáveis significantes na conversão.

**Quadro 11 –** Exemplos de conversões realizadas pelos graduandos da LM para o RG

| EXEMPLO 1 | EXEMPLO 2 |
|---|---|
| Êxito na Conversão (GC)   | Ausência de variáveis significantes no registro de chegada (GG)   |

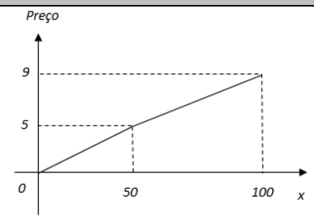
Fonte: acervo pessoal.

GC (Ex. 1) relaciona os eixos da ordenada e da abscissa com as respectivas variáveis P e Kg, percebendo o caráter constante da reta da função, pontuando assim os valores das variáveis nos eixos cartesianos.

GG (Ex. 2), apesar de perceber que se tratava de uma função constante, uma vez que a representação usada foi a reta, não explicitou as variáveis (dependente e independente) presentes no registro de partida não registrando nenhum valor na representação gráfica.

A situação problema apresentada a seguir já foi discutida anteriormente, na conversão entre língua materna para registro algébrico (Quadro 2). Ela volta a ser discutida aqui, envolvendo agora a conversão entre Língua Materna e Registro Gráfico.

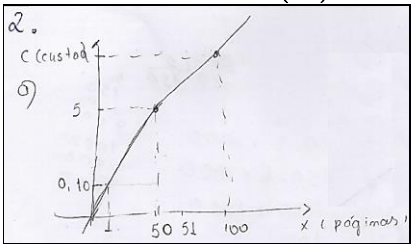
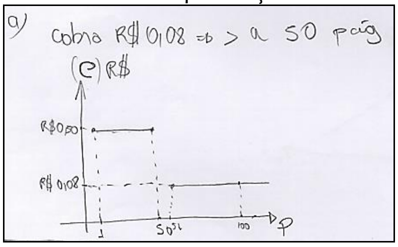
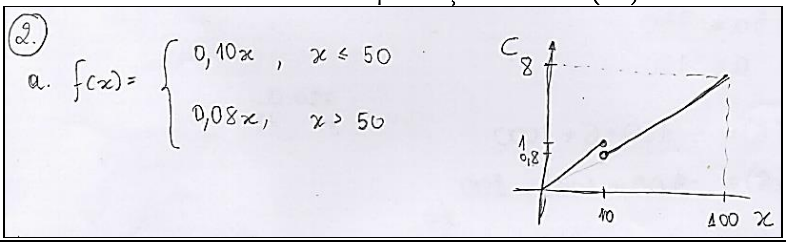
**Quadro 12** – Situação-problema: conversão da LM para o RG

| REGISTRO DE PARTIDA | REGISTRO DE CHEGADA |
|---|---|
| Uma papelaria cobra **R$ 0,10 por página** xerocada, **caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50**. **Se o número de páginas for superior a 50**, **o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08**. Nessas condições, esboce o gráfico custo total (C) para copiar x páginas. |   |

Fonte: acervo pessoal.

Neste problema, existe unidade significante elementar no registro de partida que se relaciona com mais de uma unidade no registro de chegada. Não se preserva a ordem entre as unidades significantes nos dois registros; por fim, também não há a possibilidade de correspondência semântica na realização da conversão, devido às caraterísticas internas aos dois registros de representação em jogo, a LM é um registro multifuncional e discursivo, enquanto o RG é monofuncional e não-discursivo. Para a solução da situação-problema, faz-se necessária a percepção de que se trata de uma função definida por mais de uma sentença, conforme é possível observar e já discutido no Quadro 2. A baixa congruência presente na conversão da situação, levou a apenas um êxito entre os estudantes.

**Quadro 13** – Exemplos de conversões realizadas pelos graduandos de LM para o RG

| **EXEMPLO 1** | **EXEMPLO 2** |
|---|---|
| Êxito na Conversão (GD)<br><br> | Falha na conversão: dupla função constante (GF)<br><br> |
| **EXEMPLO 3** | |
| Falha na Conversão: dupla função crescente (GA)<br><br> | |

Fonte: Acervo pessoal

GD (Ex. 1) estabelece relação correta entre o registro de partida e o registro de chegada, identifica as variáveis (dependente e independente) correlaciona-as com os eixos (C e x), e percebe a interdependência entre as unidades significantes do registro de partida, construindo corretamente o gráfico da função, com a variação da inclinação da reta.

Quatro graduandos não conseguiram identificar as unidades significantes elementares no registro de partida (LM) convertendo equivocadamente para o registro de chegada (RG), conforme é possível observar no exemplo 2. Nesse particular, GF considerou tratar-se de duas funções constantes independentes. Não considerou que, em cada intervalo, o valor variaria, conforme a quantidade de cópias realizadas. Isso pode decorrer da não familiaridade na conversão entre registro multifuncional (LM) e registro monofuncional (RG), desafio ampliado quando não há congruência no processo (DUVAL, 2009).

Dois graduandos consideraram corretamente o caráter crescente do gráfico, porém não conseguiram perceber a relação de interdependência entre as unidades significantes do registro de partida (LM) com as unidades significantes no registro de chegada (RG), como é possível perceber no exemplo 3. GA cria unidades significantes, tanto no eixo das abcissas (10) quanto das ordenadas (0,8 o 1 e o 8) e estabelece o número 10 como uma unidade significante, a partir da qual a lei de formação da função se altera. Além disso ele não considera o fato de que existe continuidade na função. Demonstra assim dificuldades não somente nesse tipo de conversão, mas também da formação da representação gráfica.

Segundo Duval (2009, p. 100), “[...] toda a atividade de conversão pressupõe a discriminação das unidades significativas a serem postas em correspondência nos registros de partida e nos de chegada”, sendo, portanto, as falhas pertinentes à atividade de conversão essencialmente ligada à ausência dessa discriminação. Dessa forma, as dificuldades enfrentadas pelos graduandos pode ser parte desse reflexo.

## 4 Considerações finais

O desenvolvimento desta pesquisa permitiu analisar o desempenho de graduandos de Licenciatura em Matemática, em atividades de função afim, com diferentes níveis de congruência entre diferentes representações semióticas.

Foi possível perceber a relação existente entre os êxitos e falhas das conversões realizadas e a presença ou ausência dos três fatores de congruências apontados por Duval, quais sejam: *i*) correspondência semântica das unidades de significado; *ii*) unicidade semântica terminal e *iii*) conservação da ordem das unidades. Os dados apresentados indicaram que quanto maior foi o grau de congruência do problema, maior foram as chances de sucessos dos licenciandos.

Entre as situações-problema propostas, duas enquadraram-se como alta-congruência e cinco como baixa-congruência. Nos problemas de alta-congruência, observou-se que os acertos foram da ordem de 100% e 70% em cada uma, não importando quais registros estavam envolvidos no processo de conversão. Em contrapartida, nas conversões com baixa congruência, houve dois casos de 0% de acerto, até o máximo de 42% de acerto.

Entre as dificuldades percebidas pode-se destacar: dificuldades na formação das representações e nas conversões gráficas e algébricas da função afim, principalmente nos casos onde havia uma função definida por mais de uma sentença; ausência de interpretação textual dos problemas propostos bem como da complementariedade entre as diversas representações nos enunciados; dificuldades em perceber a relação existente entre o coeficiente linear e angular com os eixos no plano cartesiano; dificuldades de correlacionar as variáveis dependentes e independes no problema; e a não percepção do caráter crescente de uma função afim ou a característica contínua de uma determinada função.

As falhas de percepção dos elementos de cada registro em si foram mais reduzidas em relação aos registros de partida LM e RT. Entretanto, quando as situações envolveram o registro gráfico e o algébrico, perceberam-se maiores dificuldades. No caso do registro gráfico, variáveis visuais eram ignoradas, tais como sentido da inclinação da reta, os ângulos formados entre a reta e os eixos, a posição da reta sobre o eixo, a representação de mais de uma sentença para definir uma função. No registro algébrico percebeu-se dificuldades em estabelecer a relação do coeficiente angular e linear na lei de formação. Tal lacuna conceitual pode estar ligada à escassez de trabalho de conversão entre os registros gráfico e algébrico, oportunidade na qual esses elementos poderiam ganhar significado.

Vale destacar que o conhecimento de um ou dois registros de representação acerca de função afim não garante efetivo domínio conceitual, isto porque, faz-se necessário saber transitar entre as várias formas de acesso ao objeto matemático. Essa é uma condição importante para não confundir a representação com o próprio objeto.

Diante da situação constatada de carência de desenvolvimento da atividade cognitiva de conversão, por parte dos licenciandos, alerta-se para o risco de que tal condição se perpetue em suas práticas docentes, quando efetivamente assumirem seu lugar profissional, reforçando assim o ciclo de distanciamento da compreensão da relação que existe entre os objetos matemáticos e suas representações. Destaca-se, dessa forma, a importância das discussões trazidas pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica na formação de professores. Tais elementos podem favorecer o ensino e a aprendizagem da disciplina, cujo domínio ainda permanece como desafio para a população brasileira.

Acredita-se que a abordagem de teorias que agregam elementos para o ensino e a aprendizagem propicia formação voltada para os problemas que serão enfrentados em sala de aula. Diante desse contexto, como perspectivas para outros trabalhos, salienta-se a necessidade de análise mais ampla da formação que é oferecida aos licenciandos de Matemática, em relação aos conhecimentos específicos, didáticos e pedagógicos, não somente acerca do conteúdo de função afim, mas também nos demais conteúdos matemáticos.

**Referências**

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**: Matemática. Brasília, 2000.

_______. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Brasília, 2018.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. Múltiplas representações semióticas no ensino de função afim: enfoque na formação inicial de professores de matemática. 2015. 173 f. Dissertação. Mestrado em Educação - Instituição de Ensino: Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. 4. ed. São Paulo: Ática, 2008.

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. **Utilização de diferentes registros de representação um estudo envolvendo funções exponenciais**. 2005. 120 f. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática** – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

_______. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectueis) (fascículo I) / Raymond Durval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_________, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011a. Vol. 1.

________.Gráficos e equações: a articulação de dois registros (Graphs and equations : articulating two registers). **REVEMAT**. Florianópolis (SC). V. 6, n.2,p. 96 – 112, 2011b. Tradução de MériclesThadeu Moretti.

FERREIRA, Ana Paula. **O estudo da função afim e a teoria de registros de representação semiótica:** uma revisão de literatura. 2018. 91f. Monografia. Curso de Licenciada em Matemática. Universidade Federal de Santa Catarina, Blumenau, 2018.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

LIMA, Elon Lages *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. 9. ed. Rio de Janeiro: SMB, 2006. v. 1.

LIMA, Luciana de. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de Matemática.** 2008. 314 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2008.

LOPES, Wagner Sanches. **A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função:** uma proposta de ensino. 2003. 96f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2003.

MAGGIO, Deise Pedroso. **Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica.** 2011. 137f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) - Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí (RS), 2011.

MOSSI, Shayene Vieira. **Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por Licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física Instituição de Ensino) Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), 2016.

PELHO, EdelweissBenez Brandão. **Introdução ao conceito de função:** a importância da compreensão das variáveis. 2003. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

PIRES, Rogério Fernando; MAGINA, Sandra. A fim de estudar função afim: uma modelação bem sucedida. In: SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria Labres. **A pesquisa em Psicologia e suas implicações para a Educação Matemática**. Editora Universitária UFPE: Recife, 2012.

SANTOS, Edivaldo Pinto dos. **Função afim y = ax+ b:** a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo. 2002. 99f. Dissertação (Mestrado acadêmico em Educação) - PUC – São Paulo, 2002.

SCANO, Fabio Correa. **Função Afim:** Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra. 2009. 136 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) -PUC, São Paulo, 2009.

SILVA, Cíntia Rosa da. **Conversão de registro de representação:** desenvolvimento de aplicativos para ensino-aprendizagem de funções. 2009. 157 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem Instituição de Ensino) - Universidade do Sul de Santa Catarina, 2009.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**: Ensino Médio: volume 1. 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUSA, Ana Claudia Gouveia de. **Representação semiótica e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2010. **Dissertação** Curso de Mestrado acadêmico em Educação - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2010.

## Notas

[1] Curso realizado para coleta de dados para dissertação de mestrado em educação.
[2] http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

[3]"[...] representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento" (DUVAL, 2011a, p. 39).
[4] Neste contexto, Duval (2009) utiliza o termo monorregistro para designar um ensino centrado em um único registro de representação, não permitindo que o aluno conheça o objeto matemático na sua totalidade.
[5] O Catálogo de Teses e Dissertações da Capes e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), registram 26 trabalhos voltados para alunos da Educação Básica, 3 trabalhos que tinham como foco a Formação Inicial e 1 direcionado para a Formação Continuada.
[6] Os elementos sublinhados no registro de partida buscam apenas ressaltar as unidades significativas no registro de partida, as quais deveriam ser convertidas para o registro de chegada, mas não foram assim apresentadas aos estudantes.

**Sobre as autoras**

**Mikaelle Barboza Cardoso**
Graduada pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) em Licenciatura Plena em Matemática. Especialista em Ensino de Matemática (UECE) e Mestre em Educação (UECE) com ênfase na Formação de Professores. Professora do Instituto Federal do Ceará (IFCE - 2017), campus Sobral, lecionando as disciplinas de Matemática e Educação Matemática. É membro do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (UECE-MAES) e do Grupo Interdisciplinar de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem (IFCE/Cedro). Suas áreas de estudo são: ensino de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, formação de professores e representações semióticas. E-mail: mikaelle.cardoso@ifce.edu.br
Orcid: : https://orcid.org/ 0000-0001-9465-917X

**Marcilia Chagas Barreto**
Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (2002), com estágio pós-doutoral na Universidade de Quebec à Chicoutimi, em Educação Matemática (2006-2007). Mestra em Estudos Pós-Graduados em Supervisão e Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1985). Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal do Piauí (1979). Atualmente é professora adjunto M da Universidade Estadual do Ceará, vinculada ao curso de pedagogia e ao Programa de Pós-Graduação em Educação. Lidera o Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). Experiência na área de Educação, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: ensino de matemática, aprendizagem da matemática, educação matemática, formação de professores. E-mail: marcilia.barreto@uece.br
Orcid: https://orcid.org/ 0000-0003-3378-772X

Recebido em: 01/06/2019
Aceito para publicação em: 04/07/2019