



## A RECONSTRUÇÃO DO BÁCULO DE PETRUS RAMUS NA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA

### THE RECONSTRUCTION OF PETRUS RAMUS' BACULUM IN THE INTERFACE BETWEEN HISTORY AND MATH TEACHING

Ana Carolina Costa Pereira  
Universidade Estadual do Ceará - UECE  
Fumikazu Saito  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP

#### Resumo

Este artigo apresenta os principais resultados de uma proposta que busca reconstruir o báculo de Petrus Ramus (1515-1572) seguindo as orientações que foram por ele dadas em seu tratado intitulado *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry*, traduzido e publicado por William Bedwell (1561-1632) em 1636. A metodologia aqui adotada é qualitativa de cunho documental, uma vez que se propõe identificar, no próprio texto, elementos que podem ser explorados com finalidades didáticas para o ensino de matemática. Conclui-se que o processo de reconstrução do instrumento desencadeia algumas ações que fazem emergir questões de ordem matemática, epistemológica e material, que podem ser exploradas para a construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

**Palavras-chave:** Interface entre História e Ensino de Matemática. Instrumento Matemático. Báculo.

#### Abstract

This article presents the main results of a proposal that seeks to reconstruct the Petrus Ramus' (1515-1572) baculum following the guidelines given by him in his treatise named *Via regia ad geometriam - They Way of Geometry*, translated and published by William Bedwell (1561-1632) in 1636. The methodology adopted here is qualitative documentary, since it proposed to identify in the text itself elements that can be explored with didactic purposes for mathematics teaching. It is concluded that the process of reconstruction triggers some actions that raise mathematical, epistemological and material issues, which can be exploited for the construction of interfaces between history and math teaching.

**Keyword:** Interface between History and Math Teaching. Mathematical Instrument. Baculum.



## Introdução

Os instrumentos científicos têm recebido muita atenção de historiadores da ciência e, nas últimas décadas, notamos um crescimento de pesquisas envolvendo aqueles que foram denominados matemáticos.<sup>1</sup> As discussões em torno do instrumento científico e matemático têm despertado interesse em diferentes segmentos do saber nesses últimos anos. No que diz respeito à educação matemática, eles são interessantes por promoverem uma rica articulação entre história e ensino, fornecendo subsídios e recursos para desenvolver estratégias orientadas para o ensino e a aprendizagem de matemática.

Muitos instrumentos matemáticos foram confeccionados ao longo do século XVI em estreita conexão com a geometria prática<sup>2</sup>. Essa forma de geometria, que começou a ser sistematizada a partir do século XII nas universidades, estuda com mais presteza a medição de comprimentos, superfícies e sólidos e pode ser facilmente aplicada, principalmente envolvendo algumas regras com a geometria dos triângulos. Dessa forma, os tratados geralmente trazem um extenso estudo de triângulos que, segundo L'Huilier (1992), na prática, abrange problemas de unidade de medidas.

A partir do século XVI, vemos proliferar uma rica literatura dedicada à geometria prática que incorporavam em seus tratados instrumentos matemáticos utilizados em astronomia, agrimensura, navegação e em toda sorte de atividades que requisitavam procedimentos de medição. Neste artigo, discorreremos sobre a construção de um desses instrumentos, denominado “báculo”, que foi descrito por Petrus Ramus (1515-1572), no tratado intitulado *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry*, traduzido para a língua inglesa e publicado por William Bedwell (1561-1632) em 1636, em Londres. Mais

---

<sup>1</sup> Sobre instrumentos científicos, consulte: Taub (2009), Hankins; Silverman (1995), Van Helden; Hankins (1993), Warner (1990), Van Helden (1983), Bennett (2003, 2011), Hackmann(1989), Lewis (2001), Figuerôa (2004). Sobre instrumentos matemáticos consulte: Saito (2011, 2013, 2014, 2016), Tunner (1989), Higon (2001).

<sup>2</sup> Sobre geometria prática, consulte: L'Huilier (1992), Homann (1991), Hugh of Saint Victor (1956, 1991), Bennett (1991, 1998).



propriamente, descrevemos aqui sobre uma tentativa de reconstrução do instrumento, seguindo as orientações dada por Ramus em sua obra.

A ideia de reconstruir o instrumento está baseada em algumas das propostas que vem sendo adotadas por historiadores da ciência e da matemática. O objetivo de reconstruí-los, entretanto, não tem em vista confeccionar uma réplica do instrumento original, pois, como observa Taylor (2013), inexistem evidências suficientes sobre os materiais utilizados e procedimentos a serem seguidos.<sup>3</sup> Nesse sentido, a tentativa de reconstrução não teve aqui o propósito de reproduzir o processo histórico, mas buscar, como sugere Saito (2014), valiosos *insights* das práticas e técnicas em voga na época em que viveu Ramus, de modo a (re)significar os conhecimentos matemáticos incorporados no instrumento.

Desse modo, apresentamos neste trabalho um estudo sobre a reconstrução do báculo de Ramus com o propósito de levantar algumas questões de ordem epistemológica e matemática que podem fornecer subsídios e recursos para a elaboração de atividades orientadas para o ensino e a aprendizagem de matemática. A proposta aqui delineada tem por base a ideia de que um instrumento não é mero artefato, mas um suporte que veicula conhecimentos e, portanto, afigura-se como rico material que pode ser explorado com a finalidade de promover o ensino e a aprendizagem de matemática.<sup>4</sup>

Este artigo encontra-se dividido em três partes. Na primeira, discorremos sobre a construção de interfaces. Como observa Saito e Dias (2013), ao abordar um instrumento ou tratado matemático antigo, é preciso traçar um plano de ação, baseado na construção de interfaces entre história e ensino de matemática, para não perder de vista o processo de elaboração do conhecimento. Na segunda, apresentamos brevemente o tratado no qual o báculo está descrito e, em seguida, descrevemos como procedemos à reconstrução do instrumento seguindo as orientações dadas por Ramus.

---

<sup>3</sup> A esse respeito, consulte também Willmoth (2009).

<sup>4</sup> A esse respeito, consulte: Kusakawa e MacLean (2006) e Saito (2012, 2013).



## Como construir uma interface entre História e Ensino de Matemática

Muitas tentativas de aproximar história e ensino de matemática podem ser encontradas em trabalhos nacionais e internacionais<sup>5</sup>. Tais iniciativas têm por base a ideia de que a história da matemática pode fornecer subsídios para desenvolver estratégias atreladas ao ensino de matemática, uma vez que trata o conhecimento matemático no seu processo de construção. Este trabalho vai nessa direção, contudo, diferentemente das muitas propostas já apresentadas, buscamos aqui aproximar história e ensino por meio da construção de interfaces.<sup>6</sup>

Este estudo está baseado em recentes discussões que começaram a surgir a partir de 2008 (PEREIRA, SAITO, 2018). Tais discussões tiveram por objetivo retomar e examinar o papel da história da matemática no ensino, tendo por base uma historiografia atualizada<sup>7</sup>, que, articulada às atuais tendências da didática matemática, propiciasse a construção de uma interface entre história e ensino para desenvolver atividades, que focalizassem não só conteúdo e método, mas também os critérios e as razões, devidamente contextualizados, do processo da elaboração do conhecimento.

Na construção da interface, a utilização de textos históricos é fundamental para a realização dos estudos que culminam nas atividades para a sala de aula. Para tanto, é preciso ter cautela ao utilizá-los em sala de aula, pois seu uso está condicionado à leitura, à interpretação e à incorporação no ensino de matemática, o que demanda tempo e dedicação, visto que requer uma compreensão detalhada do contexto em que foram escritos. Desse modo, a utilização de textos históricos com propósitos voltados ao ensino pode ser realizada de várias maneiras, desde que se tome o cuidado de não os descaracterizar, transformando seu conteúdo num exercício meramente matemático. Assim, ao introduzi-los em sala de aula, é preciso ter cautela de modo a apresentá-los em seu contexto histórico de elaboração. Além

---

<sup>5</sup> Vide, estudos de Tzanakis *et al* (2002), Miguel; Miorim (2004), Mendes (2009) e Chaquiam (2017).

<sup>6</sup> Sobre a construção de interfaces entre história e ensino, vide: Saito e Dias (2013) e Saito (2016).

<sup>7</sup> Para maiores detalhes sobre as tendências historiográficas tradicional e atualizada, veja Saito (2015).



disso, é importante que o docente tenha traçado claramente o objetivo que pretende alcançar por meio dele, pois, a sua intenção e as escolhas pedagógicas ou didáticas influenciarão o tratamento didático que deverá ser realizado antes de utilizá-lo em sala de aula.

A construção de uma interface entre história e ensino de matemática inicia-se a partir de um diálogo entre pesquisadores desses dois campos de conhecimentos, o historiador e o educador matemático. Segundo Saito (2015), tal diálogo tem por base um documento histórico, que pode ser um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros. É a partir da escolha consciente do documento histórico, ou do seu consequente estudo e análise, que o diálogo tem início.

A escolha do documento tem em vista a realização de dois movimentos: um que busca contextualizar historicamente os conhecimentos matemáticos nele descritos e outro, revelando o movimento do pensamento na formação do conceito matemático que se quer abordar, seja para ensiná-lo, seja para compreendê-lo, no seu processo de construção para o sujeito. Segundo Pereira e Saito (2018), esses dois movimentos, "o movimento do pensamento na formação do conceito matemático" e "o contexto no qual o conhecimento é desenvolvido", buscam alinhar as questões de ordem historiográfica da história da matemática às outras didáticas e/ou pedagógicas do ensino de matemática. Desse modo:

O primeiro está relacionado com o pensamento na formação do conceito matemático. Trata-se de buscar no processo histórico o movimento do pensamento da apreensão do objeto e, portanto, do desenvolvimento do conceito. Esse movimento, que tem por pressuposto o objeto matemático em formação, permite que a formação de ideias componha a lógica do movimento do pensamento. Contudo, para que o lógico não prevaleça sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações, prima-se na construção da interface a busca pelo contexto de formação desses objetos, evitando-se anacronismos e a sobreposição de temas históricas aos propósitos do ensino.

Assim, o segundo movimento se refere ao contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos, isto é, procura observar agora o conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado e, portanto, considerando todas as características de ordem matemática, técnica e epistemológica como propõe uma historiografia contemporânea (PEREIRA; SAITO, 2018, p. 4).



Deve-se aqui observar que não existe uma ordem para a execução desses dois movimentos, pois isso dependerá da forma pela qual a construção da interface será conduzida. Como é abordado mais adiante, as inquietações do educador matemático ao deparar-se com o documento histórico já estabelecem algumas condições que propiciam o diálogo na interface, promovendo um movimento que busca estabelecer relações com a formação de algum conceito nele descrito. A partir daí, começam a emergir algumas questões de ordem didática, pedagógica, epistemológica e matemáticas (conceituais) que podem se revelar potencialmente didáticas e/ou pedagógicas. Essas questões, devidamente dialogadas na interface, fazem emergir um novo objeto que, retirado da malha histórica, é orientado para o ensino de matemática. Aqui convém observar que este objeto não se confunde com o objeto histórico, uma vez que se orienta para desenvolver outras ações que possibilitem elaborar atividades para sala de aula sem sobrepor temas históricos aos propósitos do ensino.

Segundo Saito e Dias (2013, p. 101), a atividade resultante da interface “busca refletir o processo da produção do conhecimento que, dependendo da intencionalidade do educador, poderá ser orientada para diferentes propostas de ensino”. Nesse particular, os autores propõem que a organização dessas atividades seja feita observando-se três etapas inter-relacionadas: 1) o tratamento didático do documento; 2) a intencionalidade e plano de ação; e 3) o desenvolvimento.

O tratamento didático está relacionado à forma pela qual o documento será apresentado ao docente e/ou discente, levando-se em consideração o objetivo que se tem em utilizá-lo, o público-alvo e o tempo disponível para o desenvolvimento da atividade por meio dele, entre outros aspectos de ordem didática. Saito e Dias (2013) enfatizam que os aspectos como a tradução do texto para a língua portuguesa, utilização de imagens do texto e esquemas, relevância de termos, expressões e/ou nomes de objetos, entre outros, dependendo da intencionalidade, são importantes na etapa do tratamento didático. Segundo eles é nesse momento que:



o estudante pode, minimamente, apreender que as formas de expressão não são fixas. Essas formas e a língua variam e mostram aspectos do caráter histórico da produção de conhecimento. Além disso, a organização das ideias no que se refere aos conceitos matemáticos não é propriamente didática, como em livros didáticos. Tal organização reflete um contexto histórico, social e cultural que permite ao estudante identificar a necessidade do conhecimento matemático, bem como sua relação com outros conhecimentos, como das artes, da Física, da Química, da linguagem etc., como, por exemplo, os refletidos nas imagens, no material para confecção do instrumento, nos elementos discursivos etc. (SAITO; DIAS, 2013, p.102-103).

No que diz respeito à segunda etapa, a intencionalidade está ligada aos propósitos de aprendizagem e, portanto, relacionada ao momento da organização da atividade proposta. Nesta etapa, o que está em questão é o olhar do pesquisador para a potencialidade didática no intuito de articulá-la com o ensino de algum conceito matemático. Assim, uma vez delineada a intenção pela qual atividade foi elaborada, parte-se para o plano de ação, que consiste em planejar a aplicação das atividades. É por meio deste planejamento que a ação é orientada tendo em vista a prática em sala de aula. Segundo Saito e Dias (2013, p. 104), é nessa etapa que, por exemplo, se organizam todas ações, desde o fornecimento dos documentos, distribuição de materiais, a escolha do local adequado para o desenvolvimento da atividade, até “a formação de grupos a fim de proporcionar discussões, análises e sínteses”.

Uma vez estabelecida a intencionalidade e o plano de ação, caminha-se para a terceira etapa que consiste no desenvolvimento, isto é, na aplicação da atividade propriamente dita. Nesta etapa, buscam-se considerar todas as variáveis delineadas no plano de ação de modo a propor o ensino do conceito (ou algo relacionado a ele), bem como investigar sobre os processos de ensino e de aprendizagem que emergiram da interface entre história e ensino de matemática.

Entretanto, antes dar início à organização das atividades, cumprindo as três etapas mencionadas, é preciso realizar um estudo preliminar do texto histórico que se pretende utilizar. Tal estudo tem em vista promover uma primeira apreciação do texto, que propicia aceder a diferentes questões de ordem matemática, e outras tantas epistemológicas, que



podem ser exploradas no ensino de matemática. Assim, apresentamos a seguir um estudo preliminar de um desses textos que versa sobre a construção e o uso de um instrumento matemático muito disseminado entre os séculos XVI e XVII denominado “báculo”.

## **A báculo e a geometria de Petrus Ramus**

Neste trabalho, voltamos nossa atenção para um instrumento matemático cujas instruções a respeito de sua construção e uso foram apresentadas por Petrus Ramus num tratado intitulado *Via Regia ad Geometriam*. Esse tratado foi originariamente incorporado na obra intitulada *Arithmeticae libri duo: geometriae septem et viginti*, publicada, em 1569, na Basileia, Suíça. Posteriormente, foi traduzido para a língua inglesa por William Bedwell (1561 – 1632), com o título *Via Regia ad Geometriam – The Way of Geometry*, e publicado separadamente em 1636, em Londres<sup>8</sup>.

Esse documento, que trata da “arte de medir bem” (RAMUS, 1636, p. 1), tal como se consagrou nos estudos medievais, organiza os conhecimentos da geometria prática dando-lhe uma feição mais sistemática. O seu conteúdo é distinto daquele encontrado nos tratados de geometria especulativa, como aquela que se encontra em *Elementos* de Euclides, por estar orientado para finalidades práticas, ou, como observa L’Huillier (1992), pelo estudo da medição de dimensões reais, incorporando instrumentos e ferramentas numa tentativa de abordar o espaço geométrico de forma utilitária.

Ramus publicou este tratado como parte de seu programa que buscou defender as matemáticas contra as acusações de falta de utilidade e de obscuridade. Foi, portanto, escrito com o objetivo de valorizar um ensino que primasse pela utilidade do conhecimento matemático nas universidades, reorganizando os conteúdos geométricos encontrados em textos tradicionais, como os *Elementos* de Euclides, de modo a relacionar os teoremas ali encontrados com problemas práticos. Isso é notório no frontispício do tratado (Figura 1) que, além de observar que seu conteúdo era “necessário e útil, para astrônomos, engenheiros,

---

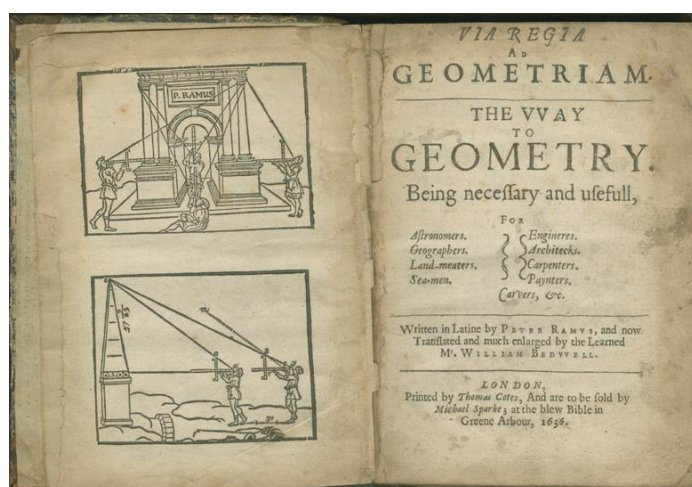
<sup>8</sup> Para o desenvolvimento do estudo utilizamos a versão inglesa Ramus (1636) que foi cotejada com outras duas versões latinas, Ramus (1569, 1599).





geógrafos, arquitetos, medidores de terras, carpinteiros, marinheiros, pintores escultores, e outros...”, deu ao tratado o título “*Via Regia ad Geometriam (O caminho da geometria)*”, fazendo alusão à ideia de um conjunto de procedimentos para estudar geometria.

**Figura 1 - Frontispício de *Via Regia ad Geometriam - The Way To Geometry (1636)***



Fonte: Ramus (1636, frontispício)

O tratado foi editado por Jonh Clerke (?1596 – 1658) que apresenta uma dedicatória a John Greaves (1602-1652), professor de geometria no Gresham College<sup>9</sup>, e uma nota ao leitor. Clerke dedica esse tratado a Greaves por dois motivos: primeiro, porque o assunto ali abordado está relacionado à simpatia entre a obra e seus estudos, e segundo, por sua conduta como homem que estava sempre disposto a transmitir seu conhecimento aos outros.

Na nota para o leitor, Clerke ressalta que a tradução foi realizada inicialmente por Thomas Hood (1556 – 1620)<sup>10</sup>, mas nunca publicada anteriormente com as demonstrações e diagramas, o que também observa Bedwell no prefácio à obra. Nesse particular, Verdonk

<sup>9</sup> John Greaves (1602-1652) foi um matemático, astrônomo e antiquário inglês, professor de geometria em Gresham no Gresham College, em Londres, e professor de astronomia da Universidade de Oxford, na Savilian. Ele colecionava instrumentos astronômicos.

<sup>10</sup> Thomas Hood (1556 – 1620) foi um matemático e médico inglês e o primeiro professor de matemática nomeado na Inglaterra. Ele divulgou a teoria copernicana e inovou no design de instrumentos matemáticos e astronômicos. Em 1590, publicou a construção e uso de um *cross-staff*, projetado tanto para navegação quando para a agrimensura.



(1966) menciona que Hood traduzira outrora este mesmo tratado do original latino para o inglês, cuja versão de vinte e quatro páginas continha apenas as proposições, e que fora publicada com o título *Elementes of Geometrie* em 1590.

Dentre as alterações da obra original para a tradução em língua inglesa, Bedwell menciona no prefácio que os termos usuais, tanto em latim, quanto em grego, que são comumente usados pelos Geômetras, foi expresso em inglês. Muitas passagens expostas por Ramus em relação aos *Elementos* de Euclides, segundo Bedwell, não servem tanto para a compreensão do assunto em questão, como também para justificar o método utilizado na obra, contra Aristóteles, Euclides, Proclus e outros. Esses foram totalmente omitidos. Algumas passagens, que na opinião de Bedwell poderiam, de alguma forma, servir para ilustrar as ideias, também foram inseridas. Segundo Bedwell (1636, p. 5-6, tradução nossa):

Da Geometriae rotundi de Thomas Fincke aprendida, acrescentamos ao quinto livro, proposições com seus colorários, do Almagesto de Ptolomeu.(...) Snellius de as Palestras e Anotações de Bernardus Salignacus, I. Thomas Freigius, e outros, ilustrou e alterou aqui e ali alguns poucas coisas.

De fato, ao fazermos um cotejamento com a edição latina, constatamos que a tradução de Bedwell não é fiel à versão original, visto que o tradutor introduziu modificações, acrescentando comentários e outras observações para elucidar alguns conhecimentos geométricos presentes na obra.

O *Via regia ad geometriam* está organizado em vinte e sete livros. O livro que nos interessa neste trabalho é o nono, que foi intitulado “O nono livro de Geometria de Petrus Ramus, que trata da medição de linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes”. Dividido em dezesseis tópicos ou capítulos, que vai da página 113 a 135 (vinte e duas páginas no total), este livro apresenta várias maneiras de medir “linhas retas” por meio de um instrumento matemático denominado “báculo”. Nesse estudo daremos destaque apenas à sua construção, procurando pontuar algumas questões de ordem matemática e material que emergiram da tentativa de reconstruí-lo.



## A reconstrução do báculo de Petrus Ramus

Antes de darmos prosseguimento à descrição da tentativa de construção do báculo, seguindo as instruções fornecidas pelo tratado *Via regia ad geometriam*, vale aqui observar, novamente, que sua reconstrução não foi completa, pois não construímos uma réplica do instrumento. Ao reconstruirmos o báculo, empregamos materiais e outros recursos que não correspondem exatamente àqueles que foram utilizados originalmente. Além disso, a tentativa de reconstrução não teve por objetivo reproduzir o processo, mas divisar valiosos *insights* de ordem matemática e material que emergem do processo de construção para (re)significar os conhecimentos matemáticos incorporados no instrumento.

O báculo de Ramus não é um instrumento novo e original. Trata-se de um antigo instrumento geométrico que outrora era utilizada por astrônomos e matemáticos, recebendo diferentes denominações, tais como *radius*, *bastão de Jacó* ou ainda *báculo de Jacó*:

O *Radio (Radius)*, comumente chamado *Baculo de Jacó (Baculus Iacob)* ou *Bastão de Jacó (Iacobs Staffe)*, tal como foi há muito tempo inventado e utilizado pelo santo Patriarca, é um instrumento muito antigo, e de todos outros instrumentos Geométricos, frequentemente usado, é o melhor e o mais adequado para esse uso (RAMUS, 1636, p. 114, tradução nossa).

Sua origem é desconhecida. Como observa Ramus, o instrumento supostamente já teria existido na antiguidade, porém sua primeira descrição sistemática remonta ao século XIV e é atribuída a Levi ben Gerson (1288-1344).<sup>11</sup> O uso deste instrumento disseminou-se no Ocidente Latino, provavelmente, a partir do século XV e recebeu atenção de muitos estudiosos de matemáticas<sup>12</sup> ao longo dos dois séculos seguintes, que lhe deram diferentes usos e acrescentaram novos atributos, fazendo-o variar de diversas maneiras.<sup>13</sup>

<sup>11</sup> A esse respeito, consulte Simonson (2013) e Roche (1981).

<sup>12</sup> Já é ponto pacífico entre historiadores da ciência e da matemática, que desenvolvem pesquisas baseadas numa perspectiva historiográfica atualizada, o fato de que antes do século XIX as matemáticas constituíam-se como campo de conhecimento complexo que incluía vários domínios do saber, desenvolvendo outros tantos domínios ao longo da história. Além da geometria e a aritmética, outros campos do saber tais como a hidrostática, pneumática, óptica, astronomia, mecânica, entre muitas outras, eram consideradas matemáticas. A esse respeito, consulte: Saito (2015).

<sup>13</sup> Vide, por exemplo, o *radius latinus*, em Danti (1586) e Beo (2015).



Ramus observa que este instrumento foi muito utilizado para medir distâncias não só terrestres, mas também celeste:

*Arquimedes*, em seu livro *Arenário*, parece mencionar algo assim; e *Hipparcus*, com um instrumento não muito diferente deste, corajosamente esforçou-se em realizar um assunto hediondo aos olhos de Deus, como pensou *Plínio*, a saber, entregar para a posteridade o número de estrelas, e atribuí-las ou fixá-las em seus verdadeiros lugares por meio da *Norma*, ou seja, pelo esquadro ou Bastão de Jacó (*Jacobs staffe*). E, de fato, é verdade que o Radio (*Radius*) não é apenas usado para realizar a medição da terra (*earth*) e do terreno (*land*), mas especialmente para a determinar ou delimitar o lugar e a ordem das estrelas, e para descrever e estabelecer todas as regiões e caminhos da cidade celestial (...) Muito depois disso, os *Judeus* e os *Árabes*, como *Rabino Levi*, e nestes últimos dias especialmente os *Germânicos*, como *Regiomontanus*, *Werner*, *Schoner* e *Appianus*, o consagraram. Mas, acima de tudo, foi o conhecido *Gemma Frisius*, em vários trabalhos relacionados apenas a esse assunto, quem ilustrou e ensinou como usá-lo de forma clara e completa (RAMUS, 1636, p. 114, tradução nossa).

Esse instrumento foi considerado por muitos estudiosos de matemáticas o mais adequado para se obter medidas de distâncias (altura, comprimento, largura) inalcançáveis. Ele consiste basicamente de duas hastes dispostas em forma de cruz e foi descrito por Ramus da seguinte maneira:

2. As hastes do bastão são o Indicador e a Transversal.  
As partes principais desse instrumento são duas, o Indicador ou Bastão, que é a parte maior ou mais longa; e a *Transversarium*, ou Transversal, que é a menor e a mais curta (RAMUS, 1636, p. 115, tradução nossa)

No que diz respeito às dimensões e a disposição das partes do instrumento, Ramus instrui construí-las da seguinte maneira:

3. O Indicador é o dobro e um décimo da parte transversal.  
Ou seja, o [comprimento do] Indicador é o dobro do da transversal mais 1/10 de sua parte. Como aqui tu [podes] ver.  
4. A Transversal é aquela [parte] que corre sobre o Indicador, e deve deslizar mais [para o] alto ou mais [para] baixo a gosto.  
Ou [seja], a Transversal deve ser movida sobre o indicador, às vezes mais alto, às vezes mais baixo. Essa proporção, na definição e na construção das hastes do instrumento, é continuamente observada; por exemplo, se a transversal tiver 10 partes, o Indicador deve ter 21 [partes]. Se [o indicador] tiver 189, [a transversal] terá 90, ou se [a transversal] tiver 2000, [o indicador] terá 4200. Como nem sequer se sabe quais sejam os números, então que esta seja sua proporção. Além disso, quanto maiores forem os números, menores serão as divisões, [e] melhor será para o uso (RAMUS, 1636, p. 115-116, tradução nossa)



Ou seja, o comprimento da haste maior (indicador) deve ser o dobro do da haste menor (transversal) acrescido de  $\frac{1}{10}$ . Em linguagem matemática moderna, considerando que o indicador seja  $D$  e a transversal  $T$ , teremos:  $D = 2.T + \frac{1}{10}T$  ou  $D = \frac{21}{10}T$ .

Como podemos constatar neste excerto, Ramus instrui que a proporção entre as duas hastes deve ser observada, entretanto, não fornece nenhuma razão, matemática ou material, para tanto. Por que o comprimento da haste maior deve ser o dobro do da haste menor acrescido de  $\frac{1}{10}$  deste? Por que a razão de  $\frac{21}{10}$  deve ser observada?

A relação entre os comprimentos das duas hastes pode estar relacionada a diversas razões que podem ser matemáticas (ou não). Essa discussão se torna ainda mais interessante se considerarmos dois outros báculos: o de Cosimo Bartoli<sup>14</sup> (1503-1572), descrito em seu tratado *Del modo di misurare* (1564), e o de Leonard Digges<sup>15</sup> (1515-1559), apresentado em *A boke named Tectonicon* (1556). Diferentemente de Ramus, Bartoli e Digges não mencionam o acréscimo de  $\frac{1}{10}$ , instruindo apenas que a haste maior seja dividida em tantas partes quanto se queira tendo por referência o comprimento da haste menor (Figura 2). Desse modo, o comprimento da haste maior poderia ser três, quatro ou cinco vezes maior do que o da haste menor, o que nos conduz, novamente a perguntar: Há alguma razão matemática para que o comprimento do indicador seja o dobro do da transversal? Por que o comprimento do indicador não poderia ser o triplo do da transversal?

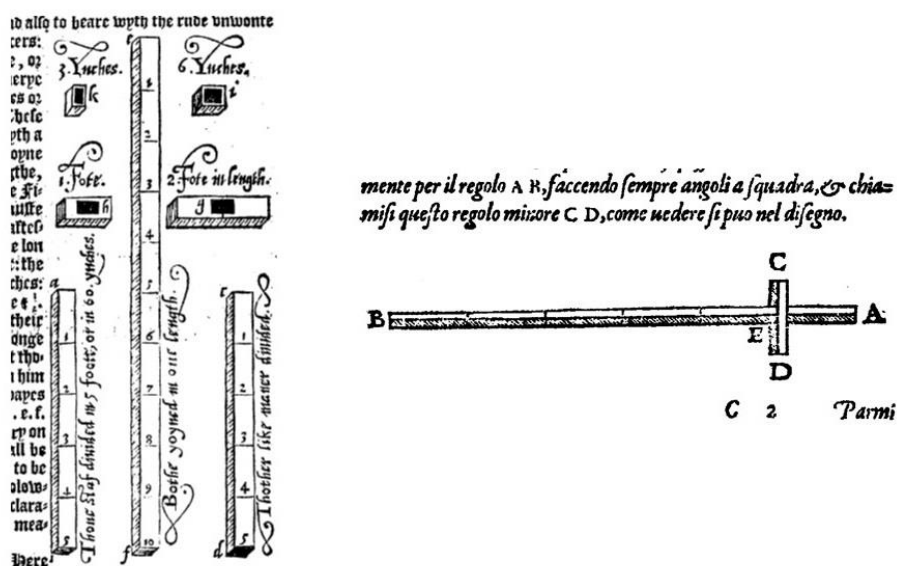
---

<sup>14</sup> Cosimo Bartoli (1503-1572) foi um diplomata, matemático, filólogo e humanista italiano. Ele também publicou uma coleção de traduções de obras de Leon Battista Alberti sob o título *Opuscoli Morali de Leon Batista Alberti, gentil'huomo firentino*, em Veneza, 1568.

<sup>15</sup> Leonard Digges (1515-1559) foi um matemático e agrimensor inglês, que lhe é creditado a invenção do teodolito. Ele também foi um grande divulgador da ciência através de seus escritos em inglês sobre topografia, cartografia e engenharia militar.



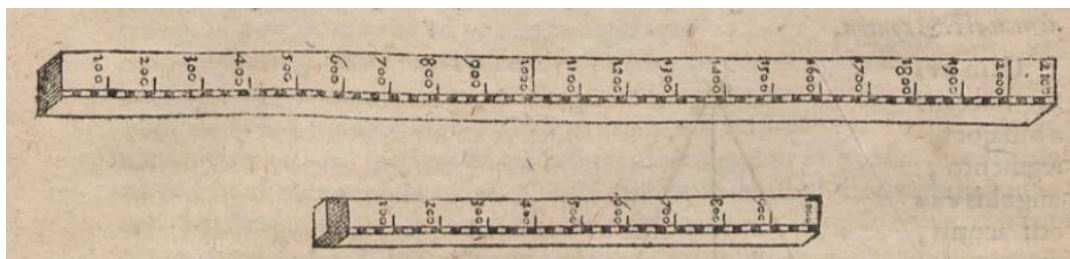
Figura 2 – Da esquerda para a direita: báculos de Digges e de Bartoli



Fonte: Digges (1556) e Bartoli (1564)

Seguindo as orientações de Ramus, compreendemos que a transversal corresponde à unidade de medida do instrumento. Nesse sentido, está de acordo com o instrumento de Bartoli, bem como o de Digges. Porém, diferentemente de Bartoli e de Digges, Ramus não menciona qual é a unidade de medida (palmo, polegada, braça, etc.) que é dividida em dez partes.

Figura 3 - Indicador e transversal do báculo de Petrus Ramus



Fonte: Ramus (1636, p. 115)



Na imagem (figura 3) apresentada ao lado do texto em que Ramus descreve o instrumento, as hastes possuem marcações de cem em cem partes. Isso significa que o indicador tem 2 e 1/10 de unidades (visto que seu comprimento é o dobro mais 1/10 do da haste menor). Esta unidade de medida é ainda dividida em outras duas subpartes, marcadas de cem em cem. Assim, a marcação 1000 corresponderia à unidade, portanto, ao número 1. A marcação que vai de 0 a 100 corresponderia, assim, a 1/10 da unidade. A que vai de 0 a 200, a 1/5 da unidade (ou seja,  $200/1000 = 2/10 = 1/5$ ), a de 0 a 300, a 3/10 da unidade (ou seja,  $300/1000$ ), a de 0 a 400, a 2/5 da unidade (ou seja,  $400/1000 = 4/10 = 2/5$ ) e assim por diante.

A divisão da unidade em 1000 subpartes é bastante útil porque facilita a realização de cálculos. Além disso, a relação de 2 para 1 (razão entre o comprimento do indicador para o da transversal) parece ser intencional, uma vez que permite operar com a noção de dobro, quádruplo etc., bem como a de metade, um quarto, etc. Talvez a ideia de acrescentar 1/10 tenha alguma relação com a realização de cálculos, hipótese que ainda deverá ser verificada posteriormente, quando utilizarmos o instrumento para realizar medições.<sup>16</sup>

Nessa primeira etapa da construção, que envolve considerar as relações dos comprimentos das duas hastes, suas escalas e marcações, já podemos visualizar alguns elementos que poderiam ser explorados no ensino de matemática. Eles estão relacionados principalmente aos conteúdos que envolvem grandezas e medidas proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 40):

As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, **da ideia de proporcionalidade e escala, e um campo fértil para uma abordagem histórica** (grifo nosso).

---

<sup>16</sup> Por escapar ao escopo deste trabalho, no qual procuramos apenas dar ênfase à construção do instrumento, não desenvolvemos aqui discussões sobre essa hipótese.



Notemos que essa orientação está implícita nas instruções fornecidas pelo tratado para a construção das escalas das duas hastes (indicador e transversal). Embora Ramus não tenha explicitado, passo-a-passo, como as marcações devam ser feitas, as instruções ali fornecidas permitem-nos discutir e refletir não só sobre a unidade de medida e sua relação com o indicador, mas também sobre a sua relação com a marcação (isto é, a escala) nas duas hastes.

No que diz respeito à unidade de medida, é bem provável que a unidade por Ramus considerada seja “pé”, uma vez que ele se refere a ela quando aborda sobre o uso do báculo em várias situações de medição. Entretanto, é possível também que Ramus não tenha mencionado a unidade de medida porque esta pode ser qualquer uma que seja conveniente. Isso lança luz a uma rica reflexão sobre a relação entre a marcação (e, portanto, a escala do instrumento) e a unidade de medida, uma vez que qualquer unidade de medida (palmos, côvados, pés, etc.) pode ser dividida em dez partes, cada uma delas recebendo marcações que podem ser múltiplos de dez.

É por essa razão que, em seguida, Ramus afirma que “quanto maiores forem os números, menores serão as divisões, [e] melhor será para o uso” (RAMUS, 1636, p. 115, tradução nossa). Em outros termos, que quanto maior for o número que expressa as subpartes da unidade (isto é, sua marcação), menores serão as subpartes e, assim, mais conveniente para ser utilizada. Por exemplo, se as marcações da transversal, que corresponde às subpartes unidade de medida do instrumento, dividida em dez partes, for de 10000 em 10000, teremos mais subdivisões comparadas àquela outra marcada de 1000 em 1000. Em termos práticos, o aumento de subdivisões implica no aumento de números (portanto, de marcações), dando, assim, maior precisão à medida e, portanto, otimizando seu uso.

A relação entre marcação e número lança luz sobre uma questão epistemológica que se encontra oculta no processo de medição, a saber, a relação entre número e grandeza. Uma discussão que envolva as escalas (isto é, as marcações que recebem um número), tendo em consideração diferentes unidades de medidas, tais como pés, polegadas, braças, palmos etc.





(ou até mesmo uma unidade arbitrária), que são representadas pelas marcações, pode estimular a elaboração de estratégias pessoais de medida e, dessa maneira, dar uma compreensão mais clara do significado de “medir”, tal como orientam os PCN, quando se refere ao uso de instrumentos de medida no ensino: “Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais” (BRASIL, 1988, p. 47).

No que diz respeito à disposição das duas hastes, Ramus instrui que elas sejam arranjadas de tal modo que uma haste deslize sobre a outra, mantendo entre elas um ângulo reto. Para tanto, observa que o instrumento deve ser feito de material robusto e firme para que ele não se desgaste facilmente:

E porque o Indicador deve sustentar, e a transversal ser sustentada, faça o Indicador mais grosso e a transversal mais fina.

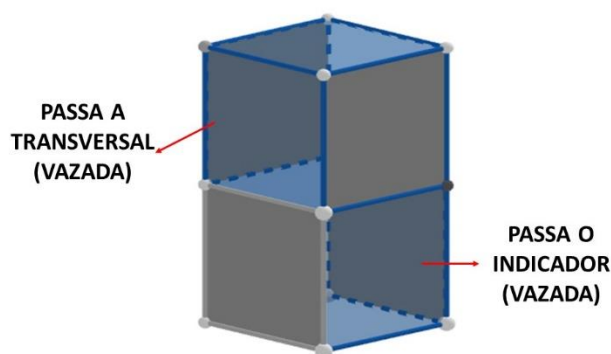
E não há uma especificação de que matéria cada parte do bastão deva ser feita, se de latão ou de madeira, mas deve ser firme e não se desgastar ou deformar. Contudo, a transversal será mais convenientemente movida, por si só, para cima e para baixo em tubos de bronze e sobre o indicador, para mais alto ou mais baixo, em ângulo reto, tocando um ao outro de modo que a boca alternada de um possa tocar o lado do outro (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa).

Nessa passagem, Ramus faz duas observações: 1) que a espessura da transversal deve ser menor do que a do indicador e; 2) que o instrumento deve ser construído de material resistente. Essas duas informações, de ordem material, estão ligadas à precisão do instrumento. O material do qual ele é feito deve ser resistente para não ter desgaste, ou mesmo se deformar, quando for manuseado. A espessura da transversal deve ser mais fina porque assim ele se tornaria mais leve e de fácil manuseio, visto que esta haste realiza dois movimentos, um para cima e para baixo ao longo do indicador (que deve ser mais robusto e grosso para dar firmeza ao instrumento), e outro para o alto e para baixo por si só. É por essa razão que Ramus observa que “a transversal será mais convenientemente movida, por si só, para cima e para baixo em “tubos de bronze” e sobre o indicador, para mais alto ou mais baixo, em ângulo reto, tocando um ao outro de modo que a boca alternada de um possa tocar o lado do outro” (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa).



Para que esse duplo movimento da transversal seja possível de ser realizado, é necessário que seja acoplado, no cruzamento dela com o indicador, um pequeno dispositivo, ou seja, os “tubos de bronze” descritos no texto. Esse dispositivo consiste de duas peças “vazadas”, que possuem a “boca alternada”, como Ramus observa no texto, confeccionadas de tal modo que tenham o mesmo formato da seção transversal, garantindo assim não só um encaixe perfeito, mas também permitindo que o duplo movimento da transversal seja realizado de modo a mantê-la sempre perpendicular ao indicador (figura 4).

**Figura 4 - Tubos de seção quadrada com a boca alternada.**

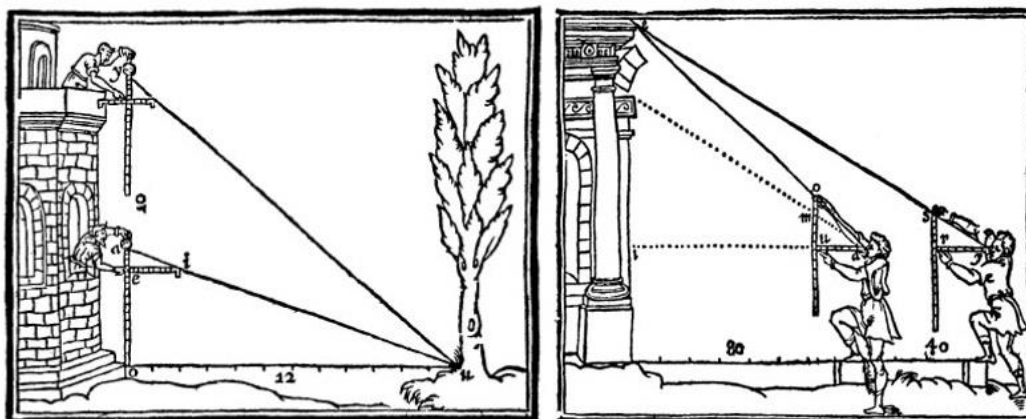


Fonte: Elabora pelos Autores

Convém aqui observar que Ramus não fornece nenhuma imagem dos “tubos de bronze”, nem explicita sobre como confeccioná-los. Foi por meio de um “exercício” de interpretação do texto combinado com uma observação atenta das imagens em que o báculo é utilizado no processo de medição, fornecidas pelo tratado (figura 5), que compreendemos o que vem a ser os “tubos de bronze” e por que razão devem ter as “bocas alternadas”.



Figura 5 – Duas situações de medição em que o báculo é utilizado



Fonte: Ramus (1636, p. 119 e122)

A mesma dificuldade foi encontrada nos próximos passos fornecidos pelo tratado. Depois de orientar de que maneira as hastes deveriam ser confeccionadas e posicionadas, Ramus instrui que:

O terceiro tubo deve ser movido ou deslizado para cima e para baixo, de uma extremidade da transversal para a outra, e, desse modo, pode ser chamado *Cursor*. O quarto e o quinto tubos, fixos e imóveis, são colocados nas extremidades da transversal, são de igual altura até o terceiro e o segundo [tubos] para manusear gentilmente, quando for necessário, a linha óptica, e, por assim dizer, com alguns pontos para defini-la na transversal (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa).

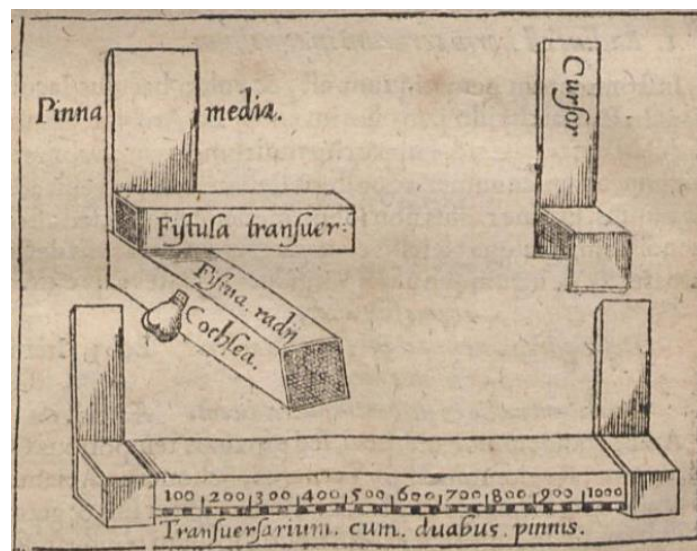
O que nos auxiliou na compreensão desta passagem foi a imagem fornecida pelo autor em que traz indicações do que são o *cursor* e a *pinna* (aleta) (figura 6). No que diz respeito ao cursor, Ramus orienta que ele deve ser aberto na parte de baixo, como sugere a figura 6, para ser encaixado à transversal que deslizará horizontalmente. Observa também que, dependendo do material disponível para confeccioná-lo, também poderá ser fechado. Além deste, Ramus menciona outros três cursores que deverão ser encaixados na transversal. Compreendemos que esses três cursores, que se referem aos terceiro, quarto e quinto tubos, têm o propósito de indicar a marcação na escala da transversal, da mesma forma que a



transversal indica a marcação na escala do indicador (figura 6). Isso porque Ramus observa na sequência que

O quarto e o quinto tubos, fixos e imóveis, são colocados nas extremidades da transversal, [e que] são de igual altura até o terceiro e o segundo [tubos] para manusear gentilmente, quando for necessário, a linha óptica, e, por assim dizer, com alguns pontos para defini-la na transversal (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa).

**Figura 6 – partes do báculo indicada por Petrus Ramus**

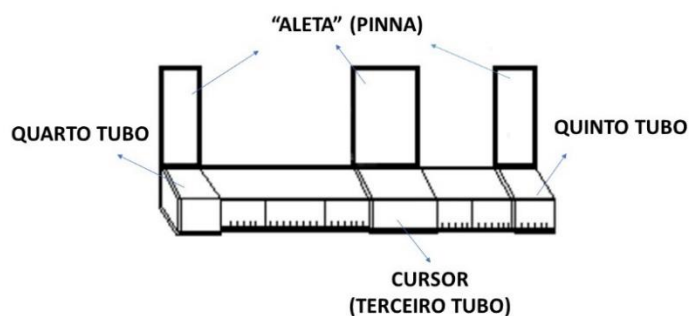


Fonte: Ramus (1636, p. 116).

Notemos que Ramus observa que apenas um dos cursores (aquele que se refere ao terceiro tubo) é móvel. Os outros dois (quarto e quinto tubos) são fixos e estão alocados nas extremidades da transversal (figura 7). Além disso, ele orienta confeccioná-las todas de mesma altura, inclusive em relação a um segundo tubo, que não consta na imagem fornecida pelo tratado.



Figura 7 – Esquema visual do terceiro, quarto e quinto tubos e as aletas.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Esse segundo tubo, provavelmente, é outro cursor fixo que é encaixado na ponta do indicador (figura 8). Chegamos a essa conclusão a partir do papel que tem as aletas (*pinnae*) no processo de medição, uma vez que Ramus observa que os cursores são todos de mesma altura “para manusear gentilmente, quando for necessário, a linha óptica, e, por assim dizer, com alguns pontos para defini-la na transversal” (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa). Ou seja, por “linha óptica” devemos entender a linha que representa o raio visual do observador, por meio da qual a grandeza a ser medida é vista. Assim, as quatro aletas (*pinnae*), dispostas no báculo, servem para manter a linha visual num plano (figura 8).

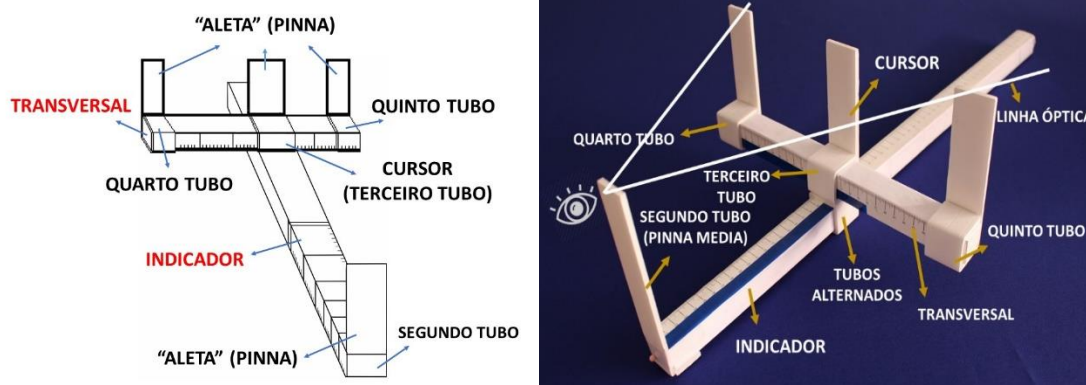
Aqui convém observar que Ramus não se refere às aletas nesta parte do tratado. Ela aparece indicada apenas numa imagem (figura 6) por *pinna media*. Para compreendermos o que vinha a ser uma aleta, avançamos na leitura do texto e a encontramos mencionada pela primeira vez numa situação de medição, apresentada na página 126. Assim, do ponto de vista matemático, a extremidade superior de cada cursor (ou seja, de cada aleta) corresponde, vamos assim dizer, a um ponto. Elas devem estar todas a mesma altura para garantir o alinhamento dos pontos no processo de medição. Assim, o raio visual (que é aqui chamado



de linha óptica) estará orientado em linha reta, de modo a abarcar as extremidades da grandeza a ser medida, pois dois pontos definem uma reta (figura 7).

Elas são em número de quatro porque, como vimos, uma delas (a do terceiro tubo) servirá para indicar a marcação na escala da transversal. As outras três que são fixas (quarto e quinto tubos na extremidade da transversal, e o segundo, na do indicador) servem para definir o plano sob o qual está a linha óptica. Assim, do ponto de vista matemático, os três pontos (as aletas correspondentes ao segundo, quarto e quinto tubos) tomados em conjunto definem um plano, pois três pontos determinam um plano.

**Figura 8 - Estrutura do báculo com suas peças.**



Fonte: Elaborada pelos autores.

E, para finalizar, Ramus (1636, p. 117) observa ainda que: “os três primeiros tubos podem, conforme a ocasião exigir, ser fixos ou presos com parafusos de bronze. Assim, com estes tubos, a transversal pode ser feita tão grande quanto for necessário, como aqui tu vês” (RAMUS, 1636, p. 116-117, tradução nossa). Ou seja, o terceiro, o quarto e o quinto tubos podem estar afixados com parafusos, permitindo a remoção dos cursores utilizados na transversal. Isso possibilitaria que eles fossem reutilizados em outra transversal maior, isto é, em outro báculo maior. Mas é bem provável que a vantagem de fixar os cursores com



parafusos também esteja relacionada com uma questão de ordem prática, visto que o báculo poderia, dessa maneira, ser desmontado e facilmente transportado.

Como já mencionamos, esses três tubos (correspondentes aos cursores que são afixados na transversal) e o segundo tubo (correspondente ao cursor afixado na ponta do indicador) estão ali para garantir que o raio visual (ou a linha óptica) seja devidamente posicionado e, dessa forma, permitindo realizar uma medida precisa.

O posicionamento preciso da linha óptica é obtido pelo alinhamento das pontas das aletas (isto é, dos cursores). Contudo, Ramus não instrui sobre a sua espessura. Após observarmos por meio das aletas, notamos que a medição será mais precisa se as extremidades superiores delas forem mais estreitas, ou mesmo se ali fossem colocadas pinulas, isto é, fossem feitos pequenos orifícios na parte superior de cada aleta de modo a permitir o alinhamento dos raios visuais, assegurando assim o preciso posicionamento da linha óptica.

Essa etapa de reconstrução, em que surgiram diversas questões de ordem material, é bastante interessante na medida em que envolve também outras, de ordem matemática e epistemológica. No que diz respeito ao ensino de matemática, essa etapa promove uma rica discussão que pode propiciar uma compreensão mais clara não só da relação entre o instrumento e a medida, mas também do significado próprio de medição.

No que diz respeito a relação entre instrumento e medida, essa etapa da reconstrução nos conduz a refletir sobre o papel do instrumento na relação entre objetos concretos e abstratos. O báculo é utilizado para medir comprimentos, larguras, altura de objetos concretos de modo a atribuir-lhes uma medida (ou seja, um número) que, por sua vez, é um ente abstrato. Esse movimento, que vai do concreto ao abstrato, é raramente notado porque estamos familiarizados com a prática de medir e não questionamos sobre os instrumentos utilizados nos processos de medição. Porém, se atentarmos para os conhecimentos mobilizados por Ramus na construção do báculo, notaremos que o princípio que estabelece essa relação não é matemático, no sentido que hoje atribuímos a esse termo, mas óptico.



Para termos uma compreensão mais clara a esse respeito, é preciso considerar algumas questões de ordem epistemológica que emergem da malha histórica. Não nos aprofundaremos demasiadamente neste assunto, mas queremos aqui apenas observar que, na época em que viveu Ramus, a óptica era uma disciplina matemática, mas não geométrica, nem aritmética, uma vez que estava alocada entre a geometria e a física (no sentido de disciplina que lida com os fenômenos da natureza). Assim, a óptica era uma espécie de ciência intermediária, parcialmente geométrica e parcialmente física. Era física porque lidava com os raios visuais, aqueles raios que os antigos acreditavam emanar dos olhos ou provir dos objetos, que permitiam “ver” as coisas; e era também geométrica, porque reduzia esses mesmos raios visuais “físicos” em linhas geométricas abstratas, ou seja, em linhas ópticas, como menciona Ramus.<sup>17</sup>

Desse modo, podemos dizer que o báculo é um instrumento geométrico não só porque mobiliza conhecimentos geométricos, mas também porque “geometriza” (isto é, quantifica) um objeto concreto. Ou seja, ele reduz o comprimento, a largura, a altura de objetos a um número, estabelecendo uma relação entre um ente físico e outro matemático por meio do uso da escala (as marcas) e o número associado a elas, tal como discorremos anteriormente quando tratamos das hastes.

E aqui não podemos perder de vista o propósito que teve Ramus com este instrumento: medir “linhas retas por meio de triângulos retângulos semelhantes”. Assim, no que diz respeito às questões de ordem matemática, podemos dizer que as partes que compõem o báculo estão ali dispostas por uma razão não só técnica, mas também matemática. As aletas, a disposição das hastes, o duplo movimento da transversal, o cursor sobre a transversal, bem como sua espessura, seu comprimento e sua escala, revelam que o

---

<sup>17</sup> A definição de ciências intermediárias tem origem nos comentários às obras de Aristóteles produzidos pelos medievais; a óptica continuou a ser considerada uma complexa disciplina matemática nos séculos XV e XVII; a esse respeito, consulte: Vescovini (1967), Crombie (1990), Lindberg (1978, 1984), Camerota (1998), Nascimento (1998, p. 13-87).





instrumento “incorpora” conhecimentos matemáticos, que só são identificados quando compreendemos seu papel no complexo processo que dá significado à medição.

## **Considerações Finais**

A tentativa de reconstrução do báculo de Ramus revela-nos que uma simples descrição do instrumento, acompanhada de sua imagem, não nos permite aceder aos conhecimentos matemáticos e nem suas relações. É no processo de construção e do seu manuseio que constatamos que cada parte do instrumento está lá por uma razão matemática e divisamos as relações entre diferentes conhecimentos matemáticos ali incorporados. Noções bastante elementares de geometria, tais como ponto, reta, segmento, plano, ângulo etc., além de outras propriedades, como paralelismo, perpendicularismo, semelhança de triângulos, proporcionalidade etc., são percebidos num processo em que a construção e o uso são considerados conjuntamente.

Ao seguir as instruções fornecidas por Ramus, temos uma ideia dos conhecimentos de ordem técnica e matemática compartilhados por seus contemporâneos, que não são reconhecíveis imediatamente por meio da leitura por não estarem ali explicitados. Como vimos, ao orientar sobre a confecção das duas hastes (indicador e transversal), Ramus não explicita as técnicas, nem os conhecimentos matemáticos, que devem ser utilizados para traçar as escalas. Do mesmo modo, ao instruir a sobre a confecção dos cursores, das aletas e de outras partes do instrumento, ele assume que os conhecimentos técnico e matemático são todos familiares ao seu leitor.

Mas o fato de tais conhecimentos não estarem explicitados no tratado é o que faz da tentativa de reconstrução uma atividade interessante, uma vez que, por meio dela, tais “supostos conhecimentos” são revelados. “Supostos conhecimentos” porque, à primeira vista, não sabemos se eles estavam disponíveis aos contemporâneos de Ramus, o que só poderá ser decidido por uma investigação histórica. Entretanto, podemos mobilizar os conhecimentos que nos são hoje familiares e, por meio deles, reconstruir o instrumento de



modo a estabelecer um rico diálogo com os conhecimentos do passado, fazendo, assim, emergir questões de ordem material, epistemológica e matemática.

Como já mencionamos, a reconstrução não tem por objetivo produzir uma réplica do instrumento original, mas fazer um exercício que promova reflexão e discussão sobre o conhecimento matemático incorporado no instrumento e mobilizado no seu manuseio. Desse modo, a tentativa de reconstrução colocou-nos frente a diferentes aspectos do saber-fazer matemático do século XVII e, ao mesmo tempo, conduziu-nos a interessantes questões de ordem matemática que podem ser exploradas na interface entre história e ensino de matemática.

Falta-nos, entretanto, examinar os procedimentos de medição utilizando o báculo. Esta próxima etapa deverá complementar os resultados obtidos neste estudo de modo a revelar elementos potencialmente didáticos. Um dos pontos interessantes a ser examinado nesse sentido, é o duplo movimento dado à transversal por Ramus. Diferentemente de outros báculos, tais como o de Bartoli e o de Digges (figura 2), tal como discorreremos ao longo deste estudo, a transversal do instrumento de Ramus não é fixa no seu ponto médio ao indicador (figura 8). A mobilidade dada à transversal otimiza o processo de medição (figura 5), e, portanto, propicia explorar outras relações geométricas que os báculos de Bartoli e de Digges não permitem.

Desse modo, este estudo, que buscou construir o báculo de Ramus, abre novas possibilidades de ação não só para a história da matemática, mas também para o ensino de matemática. Essa tentativa de reconstrução mostrou-nos, entre outras coisas, que um instrumento não é um mero artefato material, mas suporte que veicula conhecimento. Assim, a partir dos resultados aqui obtidos, podemos conduzir uma primeira reflexão para o desenvolvimento de iniciativas na interface entre história e ensino de matemática, voltando a nossa atenção para a elaboração de atividades orientadas para o ensino, bem como refletir e discutir sobre os processos de ensino e de aprendizagem de matemática.



## Referências

- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação/secretaria de Educação Fundamental, 1998. 148 p.
- BARTOLI, C. **Cosimo Bartoli Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive (...)**. Venetia: Francesco Franceschi Sanese, 1564.
- BEDWELL, W. The Authors Preface. In: RAMUS, Petrus. **Via Regia ad Geometriam: The way to geometry**. Londres: Thomas Cotes, 1636. p. 13-18. Tradução de: William Bedwell.
- BENNETT, J. A. The challenge of practical mathematics. In: PUMFREY, S.; ROSSI, P. L.; SLAWINSKI, M. (Orgs.). **Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe**. Manchester, New York: Manchester University Press, 1991. p. 176-190.
- \_\_\_\_\_. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.
- \_\_\_\_\_. Practical Geometry and Operative Knowledge. **Configurations**, Baltimore, v. 6, p. 195-222, 1998.
- \_\_\_\_\_. Early Modern Mathematical Instruments. **Isis**, Chicago, v. 102, n. 4, p. 697-705, 2011.
- BEO, N. D. **O estudo do Trattato del Radio Latino: Possíveis contribuições para a articulação entre História da Matemática e ensino**. 2015. Dissertação (mestrado). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUCSP.
- CAMEROTA, F. Misurare “per prospettiva”: Geometria pratica e Prospectiva Pingendi. IN: SINISGALLI, R. (ed.). **La prospettiva: Fondamenti teorici ed esperienze figurative dall'antichità al mondo moderno**. Firenze: Edizioni Cadmo, 1998. p. 293-308.
- CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático História e Matemática em sala de aula**. Belém: Sbem/Sbem-pa, 2017.
- CROMBIE, A. C. **Science, Optics and Music in Medieval and Early Modern Thought** London: The Hambledon Press, 1990.



DANTI, E. **Trattato del radio latino**: Istrumento giustissimo & facile piu d'ogni altro per prendere qual si voglia misura, & positione di luogo, tanto in Cielo come in Terra... Roma: Marc'Antonio Moretti & Iacomo Brianzi, 1586.

DIGGES, L. **A boke named Tectonicon. Briefelye shewynge the exacte, and speedy rekenynge all manner lande, squared tymber, stone, steaples, pyllers, globes, etc....** London: Iohn Daye for Thomas Gemini, 1556.

FIGUEIRÔA, S. F. de M. Uses and circulation of historical scientific instrument. In: GRANATO, M.; LOURENÇO, M. C. (Org.). **Scientific instruments in the history of science**: Studies in transfer, use and preservation. Rio de Janeiro: Museu de Astronomia e Ciências Afins, 2004. p. 15-32.

HACKMANN, W. D. Scientific Instruments: Models of Brass and Aids to Discovery. In: GOODING, D.; PINCH, T.; SCHAFFER, S. (Orgs.). **The Uses of Experiment**: Studies in the Natural Sciences. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1989. p. 39-43.

HANKINS, T. L.; SILVERMAN, R. J. **Instruments and the Imagination**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1995.

HIGTON, H. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. **Endeavour**, Michigan, v. 25, n. 1, p. 18-22, 2001.

HOMANN, S. J., F. A. Introduction. IN: HUGH OF SAINT VICTOR. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor**. Milwaukee, Wisconsin: Marquette University Press, 1991. p. 1-30.

HUGH OF SAINT VICTOR. **Hvgonis de Sancto Vitore: Practica Geometriae**. Ed. R. Baron. **Osiris**, Philadelphia, v. 12, p. 186-224, 1956.

\_\_\_\_\_. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor**. Trad. F. A. Homann. Milwaukee, Wisconsin: Marquette University Press, 1991.

L'HUILLIER, H. Practical Geometry in the Middle Ages and the Renaissance. IN: GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.). **Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences**. V. 1. London, New York: Routledge, 1992. p. 185-191.

KUSUKAWA, S.; MACLEAN, I. (Eds.). **Transmitting Knowledge**: Words, Images, and Instruments in Early Modern Europe. Oxford, New York: Oxford University Press, 2006.



LEWIS, M. J. T. **Surveying instruments of Greece and Rome**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

LINDBERG, D. C. The Science of Optics. In: **Science in the Middle Ages**. Chicago: The University of Chicago Press, 1978. p. 338-368.

LINDBERG, D. C. Optics in Sixteenth-Century Italy. IN: GALLUZZI, P. (ed.). **Novità Celesti e Crisi del Sapere**. Firenze: Giunti Barbera, 1984. p. 131-148.

MENDES, I. A. **Investigação histórica no ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

NASCIMENTO, C. A. R. do. **De Tomás de Aquino a Galileu**. 2ª ed. Campinas: UNICAMP/IFCH, 1998.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. IN: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais**. Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

RAMUS, P. **Via Regia ad Geometriam: The way to geometry**. London: Thomas Cotes, 1636.

\_\_\_\_\_. **Arithmeticae libri duo: geometriae septem et vinti**. Basileae: per Eusebium Episcopium & Nicolai fratris haeredes, 1569.

\_\_\_\_\_. **Arithmeticae libri duo: geometriae septem et vinti**. Francofurti: Andreae Wecheli Heredes, Claudium Marninum & Ioannem Aubrium, 1599.

ROCHE, J. J. The Radius Astronomicus in England. **Annals of Science**, 38, 1-32, 1981.

SAITO, F. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos “matemáticos” do século XVI. In: SILVA, M. R. B. da; HADDAD, T. A. S. (Orgs.). 13 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia – FFLCH USP – 03 a 06 de setembro de 2012. **Anais**. São Paulo: EACH/USP, 2012. p. 1099-1110.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 259 p.



\_\_\_\_\_. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. IN: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F. **Investigaciones en Educación Matemática**. Lima: PUCP, 2016. p. 253-291.

\_\_\_\_\_. Instrumentos e o “saber-fazer” matemático no século XVI. **Revista Tecnologia e Sociedade**, Curitiba, v. 9, n. 18 (especial), p. 101-112, 2013.

\_\_\_\_\_. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Rematec: História de Práticas Matemáticas**, Natal (RN), v. 16, n. 9, p.25-47, 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111, mar. 2013. Quadrimestral.

\_\_\_\_\_. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SIMONSON, S. **The Mathematics of Levi ben Gershon, the Ralbag**. Acesso em: 6 julho 2013, em: <http://u.cs.biu.ac.il/~tsaban/Pdf/MathofLevi.pdf>, 2013.

TAUB, L. Introduction: Reengaging with Instruments. **Isis**, Chicago, v. 102, n. 4, p.689-696, 2011.

TAYLOR, K. Reconstructing Vernacular Mathematics: The Case of Thomas Hood’s Sector. **Early Science and Medicine**, Amsterdam, v. 18, n. 1-2, p. 153-179, 2013.

TURNER, D. J. Paper, print and mathematics: Philippe Danfrie and the making of mathematical instruments in late 16th century Paris. IN: BLODEL, C.; PAROT, F.; TURNER, A.; WILLIAMS, M. (Eds.). **Studies in the History of Scientific Instruments**. London, [s.ed.], 1989. p. 22–51.

TZANAKIS, C. *et al.* Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. IN: FAUVEL, J.; MAANEN, J. van. **History in Mathematics Education: The ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, v. 6, 2002. p. 201-240.

VAN HELDEN, A. The Birth of the Modern Scientific Instrument, 1550-1770. IN: BURKE, J. G. (Org.). **The Uses of Science in the Age of Newton**. Berkeley, Los Angeles, London: University of California Press, 1983. p. 49-84.



VAN HELDEN, A.; HANKINS, T. L. Introduction: Instruments in the History of Science. **Osiris**, Philadelphia, v. 9, p. 1-6, 1993.

VERDONK, J. J. **Petrus Ramus en de Wiskunde**. Prakke: van Gorcum, 1966. (Serie: Van Gorcum's Historische Bibliotheek)

VESCOVINI, G. F. L'inserimento della "perspectiva" tra le arti del quadrivio. IN: **Arts Liberaux et Philosophie au Moyen Age**. Actes du IVe Congrès International de Philosophie Médiévale. Université de Montreal, 27/08-02/09, 1967. Paris: J. Vrin, Institut d'études médiévales, 1969. p. 969-974.

WARNER, D. J. What is a scientific instrument, when did it become one, and why?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 23, p. 83-93, 1990.

WILLMOTH, F. "Reconstruction" and interpreting written instructions: what making a seventeenth-century plane table revealed about the independence of readers. **Studies in History and Philosophy of Science**, Notre Dame, Indiana, v. 40, p. 352-359, 2009.

## Sobre os autores

### Ana Carolina Costa Pereira

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (2001), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2005) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2010). Atualmente é pós-doutoranda em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e coordenadora de curso de Licenciatura em Matemática da UECE/UAB. Ainda atua como docente Adjunta da Universidade Estadual do Ceará e líder do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).

E-mail: carolina.pereira@uece.br

### Fumikazu Saito

É Doutor e Mestre em História da Ciência pelo Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Possui graduação em Engenharia Elétrica e é bacharel em Filosofia. Atualmente é professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP e do Programa de Estudos Pós-Graduados em História da Ciência da PUC/SP e pesquisador junto ao Centro Simão Mathias de Estudos em História da Ciência (CESIMA-PUC/SP). Editor do periódico eletrônico "História da Ciência e Ensino: Construindo Interfaces". (blog: <http://fumikazusaito.com>). E-mail: fsaito@pucsp.br

Recebido em: 06/07/2018

Aceito para publicação em: 28/07/2018