



O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO: ANÁLISE DAS ATIVIDADES MATEMÁTICAS OFERTADAS NO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

THE MULTIPLATIVE CONCEPTUAL FIELD: ANALYSIS OF MATHEMATICAL ACTIVITIES OFFERED IN THE 5TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

Eliziane Rocha Castro

Marcilia Chagas Barreto

Francisco Jeovane do Nascimento

Universidade Estadual do Ceará - UECE

Resumo

O artigo busca analisar as atividades matemáticas propostas a alunos de duas turmas de 5º ano de uma escola pública do município de São Luís, Maranhão. A Teoria dos Campos Conceituais serviu de luz e lente para a estruturação da pesquisa e análise dos dados empíricos. Neste artigo, apresenta-se a análise das situações-problema do tipo Isomorfismo de Medidas. Essa categoria envolve operações de multiplicação e divisão, com diferentes graus de complexidade, e consiste numa proporção simples e direta entre duas grandezas. A coleta contempla a análise documental junto a cadernos de alunos de ambas as turmas. Os resultados revelam que as operações de multiplicação e divisão são abordadas por definições, regras e exercícios repetitivos que conduzem à destreza da habilidade algorítmica em detrimento da compreensão conceitual. As conclusões da análise apontam a relevância do enunciado das situações-problema na amplitude e no desenvolvimento de novos conceitos inseridos no Campo Multiplicativo.

Palavras-chave: Campo Conceitual Multiplicativo. Atividades Matemáticas. Ensino Fundamental.

Abstract

The aim of this study was to analyze the mathematical activities proposed to the students of two classes of 5th grade of Elementary Public School of São Luís / Ma. The Conceptual Field Theory served as light and lens for structuring the research and analysis of empirical data. In the limits of this article, one presents the analysis of the problem situations of the type of Measurement Isomorphism. This category involves operations of multiplication and division, with different degrees of complexity and consists of a simple and direct proportion between two quantities. The collection involved the documentary analysis of the student records (notebooks) of both classes. The results reveal that multiplication and division operations were approached by definitions, rules and repetitive exercises, which lead to the dexterity of algorithmic skill over conceptual comprehension. The conclusions of the analysis point out the relevance of the statement of problem situations in the amplitude and in the development of new concepts inserted in the Multiplicative Field.

Keywords: Multiplicative Conceptual Field. Mathematical Activities. Elementary School.



Aspectos introdutórios e teóricos

Esta investigação vem a compor o quadro de pesquisas e estudos sobre os aspectos teórico-metodológicos do processo de ensino e de aprendizagem da disciplina de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O trabalho tem vinculação com o projeto Obeduc-Emult, que contou com financiamento, a partir do Edital nº 049/2012 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Nesse viés, volveu-se o olhar investigativo para o ensino de Matemática por atividades escritas vinculadas ao Campo Conceitual Multiplicativo.

Para tanto, elegeu-se a Teoria dos Campos Conceituais, de autoria do psicólogo francês Gérard Vergnaud, para fundamentar a investigação. A referida teoria dá suporte para analisar tanto o conteúdo das atividades envolvidas na aprendizagem quanto as operações de pensamento imbricadas nessas atividades.

Em termos práticos, um campo conceitual é um conjunto de situações cujo domínio progressivo requer uma diversidade de procedimentos e conceitos em estreita conexão; em termos teóricos, um campo conceitual é definido como um conjunto que aglutina conceitos e teoremas que auxiliam no domínio progressivo das situações. No âmbito da Aritmética, Vergnaud (2009) debruçou-se fundamentalmente sobre dois campos conceituais: o Campo das Estruturas Aditivas e o Campo das Estruturas Multiplicativas.

Conforme anteriormente anunciado, a presente pesquisa está delimitada no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas ou Campo Conceitual Multiplicativo. O referido campo conceitual possui várias classes de situações que oferecem diferentes níveis de dificuldade, podendo ser resolvidas pela multiplicação, divisão ou combinação delas. Também é composto pelo conjunto dos conceitos e teoremas que possibilitam a análise dessas situações. Há duas grandes categorias de relações multiplicativas, que são:



Isomorfismo de Medidas, que comporta as situações-problema de relações quaternárias; e Produtos de Medidas, na qual estão inseridas as situações-problema de relações ternárias.

A noção de relação é de grande valia para o trato das estruturas multiplicativas. O rigor matemático formaliza a noção de relação, ajuizando-a com os conceitos de produto cartesiano, conjunto domínio, conjunto imagem e representação gráfica. No âmbito da Teoria dos Campos Conceituais, a noção de relação incorpora outras linguagens. “Há relações entre objetos no espaço, entre quantidades físicas, entre fenômenos biológicos, sociais, psicológicos” (VERGNAUD, 2009, p. 23), de modo que uma relação binária conecta dois elementos entre si, uma relação ternária conecta três elementos entre si, uma relação quaternária conecta quatro elementos entre si, e assim por diante. Os elementos dispostos em relação podem ser de natureza distinta.

A compreensão desse conceito é o que permite chegar ao cálculo relacional. Tal cálculo refere-se às operações lógicas mentais que são necessárias para lidar com as articulações requeridas para o desenvolvimento e solução da situação. Possui estreita relação com a noção de regras de ação, que, por sua vez, permite gerar a sequência de ação do sujeito (do tipo se ... então) (VERGNAUD, 2009).

Aqui se analisam as situações multiplicativas quaternárias pertencentes à categoria Isomorfismo de Medidas. Essa categoria pode envolver tanto as operações de multiplicação quanto de divisão, com diferentes graus de complexidade, e consiste numa proporção simples e direta entre duas grandezas.

À luz da Teoria dos Campos Conceituais, compreende-se que a variedade das situações-problema pertencentes à categoria supracitada possibilita que professores levem aos alunos situações-problema com diferentes complexidades, de forma contextualizada. Essa diversidade, uma vez proposta em sala de aula, proporciona o



desenvolvimento conceitual por parte dos discentes e viabiliza análise minuciosa sobre a estrutura e as operações de pensamento necessárias para a resolução de cada classe de situação-problema.

Nesse sentido, este estudo lança luz à relevância da variedade e complexidade das situações-problema escolhidas e/ou elaboradas e ofertadas pelos docentes às turmas de educandos, pois as maneiras como são formuladas e apresentadas acarretam importantes diferenças procedimentais e conceituais. Esse entendimento precedeu e perpassou toda a análise do enunciado de cada uma das atividades matemáticas com estrutura multiplicativa.

Assim sendo, foi estabelecida uma agenda de investigação, delimitando-se o caminho metodológico a ser trilhado, tanto em termos teóricos quanto práticos, com base na Teoria dos Campos Conceituais, para assim analisar as atividades matemáticas propostas aos estudantes de duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública do município de São Luís, Maranhão (MA), sendo este o objetivo central da proposta investigativa. Para atingir tal desiderato, adotou-se como recorte temporal um período letivo de seis meses (abril-outubro de 2015), em que a escola campo vivenciou o seu primeiro semestre letivo¹.

É importante salientar que o trabalho com as operações de multiplicação e divisão somente teve início no mês de junho de 2015, isto é, no terceiro mês de aula. Anteriormente a esse período, o Campo Multiplicativo só se fez presente em uma atividade escrita com intenção de sondagem da aprendizagem dos alunos, constituída por duas situações multiplicativas de relação quaternária, portanto pertencentes à categoria

¹ O cenário da educação pública municipal de São Luís-MA encontrava-se sob os reflexos de uma paralisação coletiva dos professores, que se estendeu por um período de 105 dias, aproximadamente, e que alterou o calendário escolar do ano de 2015.



de Isomorfismo de Medidas. Uma delas evocava para sua resolução a operação de multiplicação, e a outra estava relacionada ao conceito de divisão partitiva.

Os dados empíricos foram coletados por análise documental. Considerou-se como documento todo o material que registra e fornece informações sobre a ação humana. Assim, tomaram-se para análise cadernos de discentes das duas turmas de 5º ano do Ensino Fundamental. Os cadernos foram escolhidos a partir da assiduidade dos educandos das respectivas turmas, sendo esta conferida no diário de classe de cada professor. Dessa forma, buscou-se garantir o acesso ao maior número possível de atividades propostas pelos docentes. Os resultados da análise serão apresentados a seguir.

Análise das atividades matemáticas ofertadas no 5º ano do Ensino Fundamental

O primeiro elemento a ser destacado em relação às atividades propostas pelos professores, registradas pelos estudantes em seus cadernos, é que o trabalho com a multiplicação e a divisão foi realizado numa sequência. Somente após a exploração de cada uma das operações, iniciou-se o trabalho de forma conjunta. Essa percepção distancia-se daquela proposta pela teoria tomada aqui como suporte teórico, a qual percebe esses conceitos como imbricados em um mesmo campo conceitual, não fazendo sentido a sua exploração isoladamente.

No seu todo, as atividades matemáticas em análise foram enquadradas em dois conjuntos de referência: aquelas classificadas como inadequadas para a conceitualização do real e as situações multiplicativas classificadas como adequadas, pois a proposta teórica dos Campos Conceituais aponta que a conceitualização deve possuir centralidade nas atividades de ensino e de aprendizagem. A conceitualização é compreendida como a identificação dos objetos do mundo, suas propriedades, relações e transformações. Essa identificação pode ser tanto direta quanto indireta e ainda resultante de construção (VERGNAUD, 2007).



Considerou-se como situação multiplicativa adequada aquela que reflete aspectos da realidade e possibilita ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. Nos termos *vergnaudianos*, verificou-se se o enunciado da situação multiplicativa correspondia a uma “representação calculável”, sendo que o termo “representação” liga-se ao aspecto semântico (refletir aspectos da realidade) e o termo “calculável” remete ao aspecto sintático (operação sobre os significados e os significantes) (VERGNAUD, 2009).

Assim considerando, as atividades matemáticas com estrutura multiplicativa que não estavam em harmonia com a definição acima exposta foram classificadas como inadequadas. Essa organização proporcionou uma visão panorâmica do manejo das estruturas multiplicativas nas duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental nos primeiros seis meses letivos de 2015 da escola campo de pesquisa.

Foram capturadas 347 atividades matemáticas que convocavam para a resolução de operações de multiplicação e de divisão. Esse total resultou do somatório das situações propostas nas duas turmas em foco. A tabela 1, apresentada a seguir, revela quantitativamente as atividades matemáticas com estrutura multiplicativa consideradas inadequadas e adequadas à conceitualização.

Tabela 1 – Atividades matemáticas com estrutura multiplicativa

	Inadequadas		Adequadas		Total
	Algoritmos	Exercícios	Situações-problema de relação ternária	Situações-problema de relação quaternária	
Turma A	51	46	35	48	180
Turma B	39	65	29	34	167
	Σ 201		Σ 146		Σ 347

Fonte: Elaborada pelos pesquisadores a partir dos dados coletados (2015).



Tomando-se como referência o recorte temporal adotado nesta pesquisa: um período letivo de seis meses (abril-outubro) e fazendo-se uma leitura panorâmica da tabela 1, constata-se uma quantidade aquém da esperada, pois o total de 347 atividades matemáticas com estrutura multiplicativa (180 ofertadas na turma A e 167 ofertadas na turma B) não reflete a vastidão de situações que ampliam a função dos conceitos enredados no Campo Multiplicativo nem a radicação deles. O autor propõe que seja feito uso de uma diversidade de classes de problemas para que os alunos compreendam as propriedades de um conceito (VERGNAUD, 1986).

Essa constatação ganha força quando se detecta que, dentre essas 347 atividades matemáticas, 201 (57,93%) envolviam a aplicação de algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão (uma sequência finita de regras de ação), sendo classificadas como inadequadas à conceitualização. Considerando que esse tipo de atividade matemática sobrepujou as demais, optou-se por apresentar primeiramente a análise das mesmas, para, em seguida, apresentar a análise daquelas que efetivamente podem ter conduzido os estudantes à conceitualização das estruturas multiplicativas.

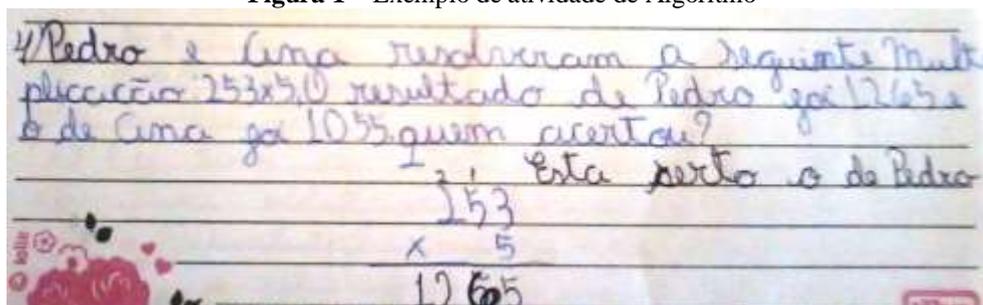
Análise das atividades matemáticas inadequadas à conceitualização

O percentual obtido pelo critério da inadequabilidade (57,93%) aponta a superioridade da proposição do cálculo numérico, que corresponde ao uso do algoritmo sobre a proposição do cálculo relacional, que conecta os componentes sintáticos e semânticos da estrutura matemática da situação. Também revela que os professores das duas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental ofertaram, aos discentes, atividades matemáticas infrutíferas para o desenvolvimento da conceitualização, uma vez que as atividades de uso exclusivo do algoritmo pouco favorecem a compreensão conceitual das operações de multiplicação e de divisão.



Para aprofundar essa perspectiva, fez-se o enquadramento das situações multiplicativas inadequadas, classificando-as em duas categorias, quais sejam: os Algoritmos e os Exercícios. Foram classificadas como Algoritmos aquelas que possuíam enunciados nos quais havia uma interrogativa relacional atrelada a uma operação particular, sendo esta evidenciada no enunciado. Esse tipo de atividade escrita faz referência à aplicação automática do algoritmo convencional das operações aritméticas. O exemplo a seguir ilustra esse tipo de situação multiplicativa:

Figura 1 – Exemplo de atividade de Algoritmo



Fonte: Caderno de uma aluna da turma A (2015).

Nota-se que está em jogo a competência da aluna em resolver multiplicação com reagrupamento, sendo que o enunciado da situação explicita a operação requerida para a resolução. Outro ponto a ser notado é que a resposta ao questionamento que demarca a relação entre os dados do enunciado não é numérica. Porém, a atenção recai sobre os dados numéricos, não havendo a necessidade de dar atenção à situação descrita, pois a resposta é encontrada com a extração imediata dos dados numéricos presentes no enunciado. O retorno ao enunciado para observar a questão não é realizado, não se afirmando, portanto, se o personagem errou ou acertou a resolução do problema.

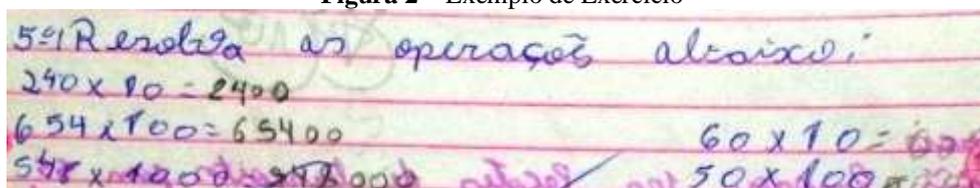
Outro exemplo ilustrativo desse tipo de atividade é: “Em uma divisão, o dividendo é 654 e o divisor é 3. Qual é o quociente?”. Essa atividade matemática foi proposta pelo



professor da turma B. Notadamente a interrogativa que relaciona os dados presentes no enunciado enfatiza a aplicação do algoritmo convencional da divisão, conduzindo a aprendiz à manipulação do mesmo, e não à compreensão conceitual.

A categoria Exercício foi composta pelas atividades matemáticas centradas no treino de habilidades algorítmicas. Dessa forma, nela estão presentes aquelas que não apresentam um questionamento, ao invés disso, sua representação gráfica solicita que seja aplicada alguma das regras algorítmicas. Não carecem, pois, de interpretação, bastando que os alunos apliquem as regras operatórias solicitadas, conforme pode-se observar no exemplo seguinte.

Figura 2 – Exemplo de Exercício



Fonte: Caderno de uma aluna da turma B (2015).

Também são exemplos desse tipo de atividade matemática: “arme e efetue”, “complete a tabuada”, “descubra o número que está faltando”, “calcule mentalmente”, “complete a sequência”, muito presentes nos cadernos dos estudantes. Tais atividades matemáticas não favorecem à construção conceitual, apenas proporcionam o treino das técnicas operatórias em detrimento da descoberta de novos procedimentos e relacionamentos matemáticos de forma contextualizada.

O quantitativo da tabela 1 também revela que, dentre as 180 (51,87% de 347) atividades matemáticas ofertadas aos alunos da turma A, 51 (28,33%) eram atividades aqui classificadas como de Algoritmo. Esse quantitativo denota o esforço da professora da referida turma em ofertar atividades matemáticas com estrutura multiplicativa de forma contextualizada, embora sem muita efetividade. Os construtos da Teoria dos



Campos Conceituais alertam para o fato de que tal contextualização é mais uma questão de aparência do que de essência, como é possível perceber através do seguinte enunciado: “Adriana vai fazer esta divisão: $670 : 5$. Se ela acertar, qual será o resultado?”.

Nessa atividade de Algoritmo, é possível identificar um contexto familiar aos estudantes, posto que a ação do sujeito “Adriana” é também praticada pelos discentes nas aulas de Matemática que frequentam. Nota-se também que a mesma requer do educando o cálculo de uma divisão de números naturais, sendo que a referida operação é representada no enunciado, que foi construído com a combinação de números e palavras.

Percebe-se que esses aspectos, aliados à ordem em que as informações foram apresentadas, levam o aluno a aplicar de forma imediata a técnica da operação, desprezando o contexto na busca exclusiva de chegar à resposta à pergunta grafada no enunciado, que corresponde ao símbolo de igualdade em linguagem simbólica. Desse modo, a atividade de Algoritmo em foco consiste essencialmente em treinamento das técnicas operatórias.

Então, uma atividade matemática não se torna significativa apenas por ser contextualizada, já que as relações contextuais podem levar os aprendizes a aplicarem somente o cálculo numérico, causando prejuízo ao cálculo relacional, aquele empregado junto aos objetos e às relações não numéricas. Trata-se de um prejuízo, porque os processos de conceitualização e as dificuldades dos educandos na resolução de situações-problema estão ajoujados, “[...] primeiro, aos objetos e às relações não numéricas, algo anterior, mas em solidariedade às operações propriamente numéricas” (VERGNAUD, 2009, p. 11).

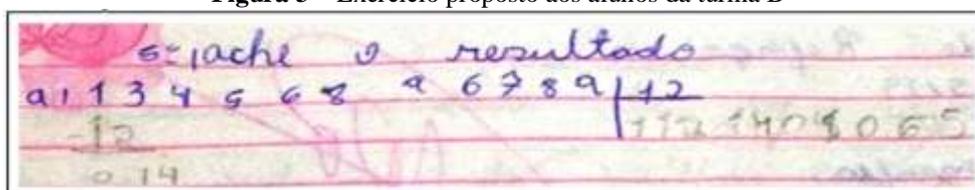
Isso reforça a perspectiva de que as atividades analisadas até aqui são inadequadas para a promoção da conceitualização, mesmo as que, obedecendo a um critério de ordem semântica, que é refletir aspectos da realidade através do contexto, não obedecem ao



critério de ordem sintática: prestarem-se ao cálculo relacional. A redução da importância do desenvolvimento desse tipo de cálculo nas aulas de Matemática reverbera na baixa proficiência dos estudantes em resolução de situações-problema.

As atividades do tipo Algoritmo também foram ofertadas aos alunos da turma B: 39 em 167 (23,35%). Porém, pelo quantitativo exposto na tabela 1, verifica-se a tendência do professor dessa turma em ofertar mais os Exercícios, que totalizam 65 (38,92%). Assim, é possível perceber que o docente dessa turma enfatizou o uso do algoritmo convencional de cálculo para explorar as operações de multiplicação e divisão. Isso leva a inferir que, para esse professor, o aprendiz competente na operação de multiplicação e divisão é aquele que decora a tabuada e que sabe as regras do algoritmo convencional. A figura 3 apresenta um dos exercícios propostos à turma em foco.

Figura 3 – Exercício proposto aos alunos da turma B



Fonte: Caderno de um aluno da turma B (2015).

No exercício acima, percebe-se uma operação na qual há um dividendo composto por 11 algarismos, além de um divisor de 2 algarismos. Infere-se que o professor associa a dificuldade na conceituação das estruturas multiplicativas à intensidade da dificuldade da regra operatória da divisão. Tal percepção contrapõe-se aos preceitos de Vergnaud (2009, p. 189), segundo os quais, mesmo considerando o momento do cálculo numérico, “[...] as dificuldades principais não vêm do dividendo, mas do divisor (número com muitos dígitos, número com vírgula)”.



Também é possível observar, pela sequência dos números que compõem a extensão numérica do dividendo (1-3-4-5-6...), que, ao propor o exercício em foco, o educador atentou para uma dificuldade que, consoante Vergnaud (2009, p. 189), “[...] se constitui em um obstáculo incontestável para as crianças”, aquela em que os primeiros dígitos que compõem o dividendo são inferiores ao valor numérico do divisor. No caso do exercício em questão, o docente excluiu o número 2 da sequência dos algarismos, provavelmente para impedir que os alunos encontrassem essa dificuldade ao efetuar a operação. Com a inclusão do número 2 como segundo algarismo, os estudantes se deparariam com a necessidade de dividir 4 por 12, o que requereria a colocação do zero no quociente, constituindo mais um obstáculo no processo de cálculo.

Esse tipo de atividade matemática não admite diferentes estratégias de resolução, porque está totalmente preso nas relações essenciais da divisão de números naturais, ou seja, no relacionamento entre o dividendo, o divisor e o quociente. Atividades matemáticas como essas são inadequadas, uma vez que não refletem a realidade, a vida cotidiana. Além de não possuírem significado, são atividades vivenciadas apenas na escola, haja vista que, “[...] no mundo real, a maioria das pessoas faz esses cálculos em uma calculadora” (WALLE, 2009, p. 248).

Isso denota a necessidade de o professor da turma B do 5º ano do Ensino Fundamental favorecer a construção de novos significados das operações e a construção dos conceitos dentro do campo conceitual, indo além da memorização e repetição de técnicas operatórias para uso imediato. Dessa forma, aponta-se a necessidade de serem propostas aos discentes da turma B situações de aprendizagem mais frutíferas; o docente, por seus atos de mediação, pode possibilitar aos alunos o entendimento conceitual emparelhado ao entendimento procedimental do algoritmo convencional.



Junto a Assis (2014), compreende-se que os algoritmos convencionais sintetizam os conceitos, de modo que facilitam a resolução das situações referentes a esses conceitos. Entretanto, não se pode considerar que os estudantes do 5º ano já estejam na etapa de sintetização de conceitos relativos às estruturas multiplicativas. Assim, é necessário que os alunos sejam orientados a tecer relações entre os conceitos das operações mediante diferentes representações simbólicas que conduzam a diferentes caminhos de resolução, para, somente em seguida, debruçar-se sobre o Algoritmo, que, ante esse trajeto, ganha mais significado. Em resumo, a compreensão da base conceitual das operações deve preceder o trabalho com os Algoritmos.

Priorizando o trabalho com os exercícios, o professor da turma B foi na contramão das ideias teóricas de Vergnaud (2009, p. 313), propondo tarefas que enfatizavam a aplicação e repetição de procedimentos numéricos, deixando entrever que percebe a aprendizagem como algo decorrente de “[...] simples condicionamentos, de hábitos ou de procedimentos já prontos”.

O alto número de atividades matemáticas inadequadas evidenciou que os professores de ambas as turmas do 5º ano do Ensino Fundamental não enfatizaram, nos primeiros seis meses letivos do ano de 2015, a construção conceitual da multiplicação e da divisão, tampouco atentaram para a estrutura relacional que caracteriza as situações-problema fecundas para conceitualização.

A seguir, serão apresentadas as considerações relativas às atividades matemáticas aquilatadas como adequadas à conceitualização.

As atividades matemáticas adequadas à conceitualização

Os professores propuseram 146 atividades multiplicativas adequadas à conceitualização, dentre as quais 64 (43,83%) constituíam situações de relação ternária e



82 (56,17%) constituíam situações de relação quaternária, portanto pertencentes à categoria Isomorfismo de Medidas.

O detalhamento desse dado conduz a uma reflexão a partir da ideia de variedade e de história nas quais repousa a formação do conceito que está no âmago da Teoria dos Campos Conceituais. Sob a ótica da referida teoria, os professores devem possibilitar em sala de aula o confronto e o domínio progressivo sobre uma variedade de situações-problema, permitindo assim que seus alunos identifiquem o elo existente entre os diversos conceitos e evidenciem a operacionalidade entre eles.

Essa postulação *vergnaudiana* reforça a concepção de que os docentes ofertaram uma quantidade pouco significativa de atividades matemáticas com estrutura multiplicativa, como já dito anteriormente, pois uma análise mais minuciosa da tabela 1 revela que, ao longo de seis meses letivos, foram ofertadas na turma A apenas 83 atividades matemáticas adequadas à conceitualização e na turma B apenas 63.

Nesse sentido, Vergnaud (2009, p. 260) enfatiza que “[...] numerosas classes de problemas podem ser identificadas segundo a forma da relação multiplicativa [...]”. Portanto, o total de 146 atividades matemáticas com estrutura multiplicativa adequada à conceitualização representa uma quantidade insuficiente, ante a abrangência do conjunto de situações-problema que pertencem ao campo conceitual multiplicativo, indicando que os professores não exploraram suficientemente essa variedade de situações de referência.

Importa frisar que as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas possuem centralidade nesta investigação. Disso decorre que as situações de relação ternária, ainda que sejam adequadas para a promoção da conceitualização, não serão analisadas neste estudo. Portanto, voltou-se o olhar exclusivamente para as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.



No âmbito da teoria *vergnaudiana*, o Isomorfismo de Medidas é definido como uma estrutura que incide numa proporção simples e direta entre duas magnitudes (M_1 , M_2), reguladas por uma função linear na qual a constante de proporcionalidade institui a relação entre tais magnitudes. As magnitudes podem ser discretas (relacionadas com a contagem: pessoas, objetos, etc.) ou contínuas (relacionadas com as medidas: tempo, distância, etc.). O termo “Medidas” que acompanha o termo “Isomorfismo” deve ser compreendido como “[...] um número associado a um objeto” (VERGNAUD, 2009, p. 156).

O Isomorfismo de Medidas traz à baila a ideia de proporcionalidade, na qual se relacionam duas categorias em quatro medidas, sendo três conhecidas e uma a ser determinada pelo cálculo. A figura abaixo resume a classificação das situações-problema de Isomorfismo de Medidas.

Figura 4 – Classificação das situações-problema do Isomorfismo de Medidas

CATEGORIA ISOMORFISMO DE MEDIDAS			
UM DOS TERMOS = 1			OS QUATRO TERMOS \neq 1
Multiplicação	Divisão do tipo 1 Divisão partitiva	Divisão do tipo 2 Divisão quotitiva	Quarta proporcional
$\begin{array}{c c} M1 & M2 \\ \hline 1 & \rightarrow b \\ c & \rightarrow ? \end{array}$	$\begin{array}{c c} M1 & M2 \\ \hline 1 & \rightarrow ? \\ c & \rightarrow d \end{array}$	$\begin{array}{c c} M1 & M2 \\ \hline 1 & \rightarrow b \\ ? & \rightarrow d \end{array}$	$\begin{array}{c c} M1 & M2 \\ \hline \neq 1 & \rightarrow b \\ c & \rightarrow ? \end{array}$

Fonte: Elaborada pelos pesquisadores com base em Vergnaud (2009).

Pela figura 4, observa-se que Vergnaud (2009) inclui na categoria de Isomorfismo de Medidas quatro classes de situações-problema, sendo que as três principais são identificadas pela presença de uma das quatro quantidades envolvidas correspondente à unidade e pela variação da posição da incógnita. São elas: multiplicação, divisão do tipo



1 (divisão partitiva), divisão do tipo 2 (divisão quotitiva). A última classe de situações-problema é a quarta proporcional, a qual apresenta maior complexidade, devido ao fato de que “[...] nenhuma das quatro quantidades é a unidade e que a regra de três a que se chega, nesse caso, é uma regra de três não deturpada (denominador diferente de 1)” (VERGNAUD, 2009, p. 246).

Quando da captura das situações-problema de Isomorfismo de Medidas nos cadernos dos educandos, constatou-se que a quarta proporcional não foi proposta em nenhuma das turmas envolvidas neste estudo. Denota-se, pois, que a situação considerada como a mais complexa foi evitada. A tabela 2, apresentada a seguir, informa o quantitativo das situações de Isomorfismo de Medidas proposto.

Tabela 1 – Situações de Isomorfismo de Medidas

5º ano do Ensino Fundamental	Multiplicação	Divisão partitiva	Divisão quotitiva	Total
Turma A	23	15	10	48
Turma B	19	9	6	34
	Σ 42	Σ 24	Σ 16	Σ 82

Fonte: Elaborada pelos pesquisadores a partir dos dados coletados (2015).

A tabela 2 revela a predominância das situações-problema do tipo multiplicação sobre os demais tipos de situações pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas. Esse tipo de situação-problema correspondeu a 51,22% do total de situações de Isomorfismo de Medidas encontradas, o que é equivalente a 42 dentre 82 situações-problema identificadas.

O predomínio dessa classe de situações-problema tem sido constatado por alguns pesquisadores que, com interesse científico nas estruturas multiplicativas, debruçaram-se sobre livros didáticos (OLIVEIRA FILHO, 2009) e sobre situações-problema elaboradas por professores (MERLINI, 2012).



Analisando a presença das estruturas multiplicativas nos livros didáticos, Oliveira Filho (2009) constatou que os problemas do tipo multiplicação sobrepujam os demais. Isso pode ter exercido influência na quantidade de situações ofertadas pelos professores das duas turmas analisadas, uma vez que eles utilizaram o livro didático como guia para organizar e dirigir o ensino de Matemática.

Em sua tese, Merlini (2012) apontou outra possível razão para os educadores ofertarem com maior frequência as situações do tipo multiplicação. Segundo a pesquisadora, esse tipo de situação favorece a continuidade entre os Campos Aditivo e Multiplicativo, o que contribui para viabilizar os atos de mediação docente. Todavia, essa continuidade aludida por Merlini (2012) ocorre somente do ponto de vista didático, e não do ponto de vista conceitual, pois os sentidos dos números e invariantes operatórios requeridos no cálculo da multiplicação são, em grande parte das situações, diferentes daqueles evocados pela operação da adição.

Apesar disso, na contramão do que é postulado por Vergnaud (2009) e seus intérpretes, muitos docentes parecem não compreender que a multiplicação comporta outros conceitos e, por isso, trabalham a noção de multiplicação apenas como uma adição reiterada. Tal prática não chega a ser errônea, mas é limitadora do conceito de multiplicação, reduzindo a limites estreitos os sentidos dessa operação. Com essa percepção reducionista, não é possível explorar o sentido de proporção subjacente às situações de Isomorfismo de Medidas.

Pôde-se verificar a presença de atividades que reforçaram a percepção reducionista de aproximação entre adição e multiplicação. A situação-problema de multiplicação apresentada na figura 5 ilustra esse caso.

Figura 5 – Noção reducionista da multiplicação



1. Efetue uma adição e uma multiplicação para calcular o total.
a) Quantos quilogramas são?



Fonte: Caderno de uma aluna da turma B (2015).

Observa-se que está em jogo um cálculo relacional que envolve quatro quantidades e a operação de multiplicação. Porém, o raciocínio proporcional (1 saco = 5kg, 3 sacos = ?) foi anulado no comando da atividade. Esse comando demarca a filiação entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo ao colar as operações de adição e multiplicação no momento em que solicita que sejam efetuadas ambas as operações. Comandos similares foram usados na turma A.

A representação pictórica que compõe o enunciado da situação apresentada acima também demarca essa filiação, visto que induz os alunos a grafar a multiplicação como uma relação ternária ($3 \times 5 = 15$) e colocar em curso o raciocínio baseado na adição reiterada ($5 + 5 + 5 = 15$), ignorando as relações de natureza proporcional que são subjacentes a esse tipo de situação-problema.

Convém frisar que o trabalho através da filiação entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo exige dos professores precauções pedagógicas, isso porque o trabalho com a multiplicação como adições sucessivas e da divisão como subtrações sucessivas² provoca uma dissimetria entre multiplicando e multiplicador, assim como entre dividendo, divisor e quociente (VERGNAUD, 2009). Outra razão para tais precauções reside na preocupação de que os discentes podem não compreender a equivalência entre

² Nos cadernos, capturaram-se também enunciados que solicitavam que fossem assim respondidas.



as somas sucessivas e o algoritmo da multiplicação (TAXA, 2001) e também porque essa filiação entre os Campos Conceituais pode reforçar a concepção equivocada de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui, uma concepção válida somente para o conjunto dos números naturais (CUNHA, 1997).

Retomando os dados da tabela 2, percebe-se que, nas situações de Isomorfismo de Medidas que implicavam o trabalho com a divisão, houve 24 casos de divisão partitiva e 16 atividades de divisão quotitiva. A predominância do primeiro tipo não surpreende, dado que o conceito de divisão é introduzido na escola por essa vertente, isto é, toma-se um todo e divide-se para conhecer o tamanho das partes. Trata-se, portanto, de situação considerada como modelo prototípico da divisão, ou seja, possui menor grau de complexidade cognitiva quando comparada com a divisão do tipo quotitiva. Tal afirmação é reforçada por Magina, Santos e Merlini (2010, p. 14), quando salientam que “[...] o processo de ensino e de formalização do conceito da divisão inicia-se na 3ª série [atual 4º ano] e, de sobre maneira, por meio de situações partitivas”.

Pelo fato de as divisões partitivas configurarem-se como a porta de entrada para a formalização do conceito de divisão, é possível compreender que, ao início do ano letivo, quando os dados foram coletados, os professores estivessem mais propensos a utilizar o tipo de divisão com menor grau de complexidade.

No que se refere às situações-problema de divisão quotitiva, apurou-se o equivalente a 19,51%, um total de 16 dentro do universo de 82 situações de Isomorfismo de Medidas, porcentagem que indica que a divisão quotitiva foi pouco trabalhada em sala de aula. Nas turmas A e B, respectivamente, foram propostas apenas 10 e 6 situações do tipo divisão quotitiva ao longo de seis meses letivos.

As situações-problema do tipo divisão quotitiva são aquelas nas quais os discentes apresentam maiores dificuldades, por serem mais complexas. Não obstante, vale destacar



que Magina, Santos e Merlini (2010) realizaram um estudo no qual apontaram que o sucesso dos alunos em quaisquer desses tipos de divisão está mais relacionado com a estratégia utilizada pelo aprendiz do que com o tipo de situação em si.

Essa constatação indica ser pertinente que os professores ampliem a quantidade de situações do tipo divisão quotitiva, bem como a qualidade do tratamento das mesmas, o que inclui incentivo e uso de diferentes representações simbólicas, inclusive com o uso das representações pictóricas, como bem frisam os pesquisadores supracitados. Após a tipificação das situações-problema, fez-se uma análise mais focada nos enunciados das mesmas.

Nesse viés, foi apurado que todas as 82 situações de Isomorfismo de Medidas propostas foram elaboradas com os dados suficientes para a sua resolução, o que denota a boa elaboração ou correta eleição das situações-problema por parte dos professores. Também foi verificado que os enunciados não continham excesso de dados, sendo apresentados de forma objetiva e concisa, de modo que não havia neles informações que não seriam utilizadas para o cálculo numérico. Essa constatação reafirma que “[...] há o hábito, na escola elementar, de fornecer enunciados que não contêm outra coisa senão as informações necessárias e suficientes” (VERGNAUD, 2009, p. 293).

Ante essa constatação, defende-se, com base na proposta teórica dos Campos Conceituais, a introdução voluntária de informações para além do essencial nos enunciados das situações-problema, dado que, como bem frisa Vergnaud (2009, p. 293), “[...] é também necessário habituar a criança a receber enunciados onde constam informações inúteis, as quais, conseqüentemente, ela deverá deixar de lado [...]”. O exemplo abaixo mostra uma situação composta apenas com dados imprescindíveis à sua resolução.

Figura 6 – Enunciado sem excesso de dados

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Uma caixa de Bombom tem 27 bombons,
Celine comprou uma caixa para comer
durante 3 dias quantos bombons ela comerá
a cada dia?

Fonte: Caderno de uma aluna da turma A (2015).

Uma possível informação excessiva ao cálculo numérico seria: “Celine é uma garota de 10 anos de idade que gosta de comer bombons. Uma caixa de bombom tem 27 bombons. Celine comprou uma caixa para comer durante 3 dias, quantos bombons ela comerá a cada dia?”. Observa-se que a inclusão dessa informação não alteraria a solução da situação-problema. Todavia, com a inclusão da idade de Celine, o número 10, mesmo que os alunos façam a clássica pergunta sobre qual operação deve ser aplicada, ainda assim seriam forçados a interpretar o enunciado com vistas a capturar os dados relevantes para o cálculo numérico, uma vez que nem todos os números contidos no enunciado seriam necessários para obter a solução.

Dessa forma, situações-problema com informações excedentes ao cálculo numérico favorecem o cálculo relacional, porque requerem dos educandos uma leitura mais atenta do enunciado, para compreender os relacionamentos envolvidos e assim selecionar dados relevantes para a realização do cálculo numérico. Nesse sentido, o enunciado com informações excedentes “[...] pede sempre a busca das informações necessárias e a filtragem das informações suficientes” (VERGNAUD, 2009, p. 213).

As representações simbólicas utilizadas na apresentação das informações também foram consideradas, por serem um aspecto relevante no âmbito da Teoria. Vergnaud (2009, p. 213) afirma que “[...] a forma pela qual as informações são apresentadas tem, naturalmente, um papel na complexidade dos problemas”. Nessa perspectiva, foi constatado que os enunciados das 82 situações-problema foram construídos pela



combinação de palavras e números (76,83%, 63 de 82) e apenas 19 (23,17% de 82) foram construídos com a utilização de desenhos e tabelas como parte dos enunciados. Percebe-se uma pequena variedade em termos de representações, o que pode prejudicar a elaboração dos conceitos.

A temática das situações-problema também foi verificada. Em termos *vergnaudianos*, a temática das situações-problema é o tipo de conteúdo e a relação focalizada, ou seja, a temática envolve “[...] o conteúdo dos problemas, o domínio de relações ao qual eles fazem referência” (VERGNAUD, 2009, p. 214), possuindo papel importante.

Sabe-se que a categoria de situações-problema de Isomorfismo de Medidas aglutina temáticas que instituem relações de proporcionalidade simples entre agrupamento da mesma cardinalidade (objetos do mundo real), preço constante (mercadorias e relações comerciais das mesmas), velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações (VERGNAUD, 2009). Diante disso, fez-se a transformação do enunciado de cada situação-problema em unidades de registro, para quantificar as situações a partir da temática abordada por cada uma delas. Apurou-se que 37 (45,12%) situações-problema envolviam quantidade total de distribuição de objetos, 28 (34,15%) versavam sobre formação de grupos, equipes e times, 10 (12,20%) tratavam sobre bens e custos e 7 (8,53%) abordavam sobre tempo e distância.

Essa variedade de temáticas pode proporcionar aos alunos a oportunidade de utilizar o conhecimento aprendido em situações de sua vida. Ao escolher situações próximas ao contexto real dos aprendizes, os professores estão destacando a função pedagógica das situações-problema, com isso “[...] o conhecimento passa a ser concebido como uma sucessão de adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações que ele vivencia na escola e na vida cotidiana” (PAIS, 2002, p. 53).



Quanto ao tipo de grandeza envolvido – discreta ou contínua –, o primeiro tipo esteve presente em 79,27% (65 de 82) das situações-problema, pois as temáticas mais trabalhadas foram a distribuição de objetos e a formação de grupos, equipes e times, que correspondem “[...] às medidas dos conjuntos de objetos isoláveis, aos cardinais: 1, 2, 3, 4, 5,... etc.” (VERGNAUD, 2009, p. 198). São, portanto, valores pertencentes ao conjunto dos números naturais (inteiros positivos), representantes das grandezas discretas.

Com essas considerações, encerra-se a análise das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas que foram propostas aos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental ao longo de seis meses letivos. A análise supracitada permite inferir que, para menear os alunos nas trilhas multifacetadas de um campo conceitual, os professores devem atentar para o sentido e o significado das situações e dos símbolos. Sob essa ótica, as considerações finais serão expostas a seguir.

Considerações finais

Volvendo-se o olhar para o Campo Multiplicativo, mais precisamente para as atividades matemáticas ofertadas no 5º ano do Ensino Fundamental, constatou-se que os professores propuseram aos alunos tanto atividades matemáticas adequadas à conceitualização quanto atividades inadequadas, sendo estas preponderantes sobre aquelas. Nesse caminho, verificou-se que as operações de multiplicação e divisão foram abordadas por definições, regras e exercícios repetitivos que objetivaram a destreza da habilidade algorítmica em detrimento da compreensão conceitual.

Assim, considera-se ser de suma importância que os docentes passem a trabalhar em paralelo o cálculo numérico e o cálculo relacional, pois este põe em marcha a compreensão dos objetos e das relações não numéricas, de sorte que possibilitam a ampliação das competências dos educandos na interpretação dos enunciados. Proporcionam também a análise, por parte do professor, do raciocínio matemático



empregado pelos discentes para elucidar as relações entre os componentes das situações-problema.

A análise das atividades matemáticas propostas viabilizou a percepção de que os conceitos ligados à multiplicação foram pouco explorados, sendo ela trabalhada a partir da ideia da soma de parcelas iguais sem que as diferenças conceituais entre a adição e a multiplicação fossem salientadas. Nesse caso, os problemas propostos não evidenciaram que na adição o todo é a soma das suas partes e que na multiplicação existe uma relação fixa entre duas quantidades. Sendo assim, os professores diminuíram as oportunidades de os estudantes intuírem várias relações matemáticas com base na operação de multiplicação.

No caso da divisão, foi constatado que o ensino dessa operação não foi bem conduzido conceitualmente. A quantificação das situações-problema que envolviam a operação de divisão revelou um percentual pouco significativo para o desenvolvimento da conceitual dessa operação. O conceito de partição, que foi ligeiramente mais explorado nas salas de aula, foi, às vezes, substituído pela ideia de subtração sucessiva. Já o conceito de quotição teve pífia oferta durante um período letivo de seis meses.

À guisa de conclusão, considera-se que os resultados desta pesquisa podem evidenciar e orientar outros professores na construção ou eleição de situações-problema que proporcionem aos alunos a amplitude e o desenvolvimento de novos conceitos pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo, visto que lançam luz às classes de situação-problema, à importância do enunciado e também às operações de pensamento que essas estruturas matemáticas implicam. Portanto, conforme a perspectiva de que a resolução de situações-problema favorece a conceitualização em ação, esta pesquisa aponta parâmetros nos quais os professores podem se apoiar para alargarem a significação de um



conceito, pondo à prova as competências e as concepções dos seus discentes no contexto matemático das situações-problema.

Ressalta-se, finalmente, que o trabalho com o Campo Conceitual Multiplicativo requer domínio de uma ampla gama de elementos, o que pode não estar sob o domínio dos próprios docentes, daí as fragilidades encontradas na proposição das situações e representações necessárias a seu efetivo trabalho. Assim sendo, faz-se mister que o processo de formação continuada dos professores aborde tópicos que envolvam o referido campo, uma vez que se trata de elemento majoritário no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Referências

ASSIS, Adryanne Maria Rodrigues Barreto de. **Conhecimentos de combinatória e seu ensino em um processo de formação continuada**: reflexões e prática de uma professora. 2014. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

CUNHA, Maria Carolina Cascino da. **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª séries**. 1997. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lúcia. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. **Em Teia**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-Americana, Recife, v. 1, n. 1, p. 1-23, 2010.

MERLINI, Vera Lúcia. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais**: um estudo de caso. 2012. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



OLIVEIRA FILHO, Nivaldo Gregório de. **Problemas de estruturas aditivas e multiplicativas propostos em livros didáticos de Matemática: o impacto do Programa Nacional do Livro Didático.** 2009. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

TAXA, Fernanda de Oliveira Soares. **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental.** 2001. 255 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

VERGNAUD, Gerárd. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar.** Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, Gerárd. ¿En qué sentido la teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar el aprendizaje significativo? **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 12, n. 2, p. 285-302, 2007.

VERGNAUD, Gerárd. Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didática das Matemáticas, um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 1, p. 75-90, 1986.

WALLE, John A. van de. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Sobre os autores

Eliziane Rocha Castro

Mestra em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Integrante do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). E-mail: <elizianecastro@hotmail.com>.

Marcilia Chagas Barreto

Doutora em Educação Brasileira pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Líder do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). E-mail: <marcilia.barreto@uece.br>.

Revista Cocar

Programa de Pós-Graduação em Educação
da Universidade do Estado do Pará



Francisco Jeovane do Nascimento

Mestre em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Integrante do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). E-mail: <jeonasc@hotmail.com>.

Recebido em: 16/09/2016

Aceito para publicação em: 20/11/2016