



Representações semióticas no contexto das significações aritméticas: implicações pedagógicas

Semiotic representations in the context of arithmetic meanings: pedagogical implications

José Carlos Miguel
Priscila Caroline Miguel

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP)
Marília/SP-Brasil

Resumo

Analisa-se heurísticas relativas às tarefas aritméticas, relacionando-as com a compreensão do papel das representações semióticas no desenvolvimento do pensamento teórico. É imprescindível o olhar dos docentes com respeito ao desempenho dos alunos, no que tange às situações aritméticas, implementando posturas didáticas associadas com as vivências para que possam estabelecer relações, criar significados dos conteúdos e se apropriarem dos conceitos, mediante conhecimento construído na e com a interação entre os sujeitos, com apoio dos instrumentos e signos. A literatura produzida é farta em episódios de numeramento, revelando desconsideração das vivências dos educandos na prática educativa. São práticas cristalizadas e as condutas pouco se alteram possivelmente por situações ligadas à cultura escolar. Devem-se utilizar metodologias adequadas, planejando situações matemáticas significativas e elaborando estratégias a fim de executar ações com recursos didáticos concernentes aos objetivos de aprendizagem.

Palavras-chave: Representações Semióticas; Significações Aritméticas; Construção do Conhecimento.

Abstract

Heuristics related to arithmetic tasks by are analyzed and linked to an understanding of the role of semiotic representations in the development of theoretical thinking. It is essential for teachers to observe student performance in arithmetic situations and to implement pedagogical approaches connected to students' lived experiences; this enables them to establish connections, derive meaning from the content, and internalize concepts through knowledge constructed within and through interaction among individuals, supported by tools and signs. Existing literature abounds with examples of numeracy-related episodes that reveal a disregard for students' lived experiences in educational practice. These are entrenched practices, and behaviors rarely change – likely due to factors inherent situations to school culture. Appropriate methodologies must be employed, involving the planning of meaningful mathematical situations and the development of strategies to carry out activities using educational resources aligned with learning objectives.

Keyword: Semiotic Representations ; Arithmetic Meanings ; Knowledge Construction.

Introdução

Os condicionantes relativos ao desenvolvimento do pensamento lógico-matemático, em particular, suas influências no desempenho na resolução de tarefas aritméticas pelas crianças, têm despertado interesse e gerado ampla discussão, no campo da Educação Matemática, nas últimas décadas. Entretanto, os indicadores de avaliação externa (Brasil, 2020; Lima; Moreira, 2024) ainda evidenciam desempenho insuficiente de parcela significativa dos estudantes, nessa área de conhecimento.

O quadro é preocupante e impõe pensar o desenvolvimento de novas formas de tratamento do processo de apropriação de significados lógico-matemáticos pelas crianças, bem como de qualquer conteúdo a carecer de desenvolvimento de raciocínio lógico.

No caso específico da pesquisa em Educação Matemática, os problemas relativos ao processo ensino-aprendizagem se revelam sob influência de diversos fatores, tais como o processo de formação docente inicial e continuada (D'Ambrosio, 1993; Pires, 2000; Fiorentini; Crecci, 2013; Spacek; Ortigara, 2019), a relação dos estudantes com essa ciência (Santos, 2009; Pacheco; Andreis, 2018; Masola; Allevato, 2019), a ênfase exagerada em exercícios repetitivos, em detrimento do processo de resolução de problemas (Onuchic e Allevato, 2011; Miguel, 2014), as implicações decorrentes da organização de currículos e programas de ensino, especialmente da exploração precoce ou não planejada de modelos formais (Imenes, 1989; Duval, 2011, 2012; Pires, 2014; Passos; Nacarato, 2018), entre outros.

Esses condicionantes do processo ensino-aprendizagem de Matemática formam um todo articulado, a definir as condições para o desenvolvimento do raciocínio lógico por parte das crianças, a reverberar por todo o processo de escolarização. Sob esse ponto de vista, a aprendizagem efetiva se configura no plano das interações professor-aluno e aluno-aluno, sendo o papel do professor atuar na mediação pedagógica desse processo, mediante utilização de instrumentos e signos, de forma que as novas ideias apropriadas constituam uma extensão natural do pensamento em desenvolvimento desde a mais tenra idade. Nessa discussão pedagógica, é fundamental pensar o papel central do desenvolvimento das estruturas lógicas elementares, mas não descuidar da influência da cultura, nesse processo.

Consideramos então que, se a teoria já produziu artefatos necessários à explicação do problema da aprendizagem matemática, a tradução dos conceitos para uma linguagem educacional adequada à diversidade cultural, a marcar a realidade escolar atual, ainda carece de avançar, porquanto sobejamente sugestionada por vieses do modelo formal euclidiano,

de base positivista, particularmente na tomada inadequada do modelo hipotético-dedutivo como método de ensino de Matemática, especialmente para crianças, contudo, igualmente distante do modo de pensar de jovens ou adultos, em processo de escolarização inicial.

Assim, a discussão sobre o problema das representações semióticas é relevante, porquanto, se solicitarmos que alguns desses sujeitos escrevam o numeral vinte e sete, não é raro encontrarmos o registro 20 7, com um pequeno espaço entre os símbolos. De modo semelhante, 159 pode aparecer como 100 50 9, possivelmente pela familiaridade com esses símbolos, quando vistos isoladamente, em contexto de uso social, ou ainda pela forma como se pronunciam esses numerais. À medida que se avança na estruturação das operações aritméticas elementares e na representação simbólica de situações matemáticas, o problema assume dimensões progressivamente distantes do alcance de parcela significativa dos estudantes, além de, na prática, inviabilizar o desenvolvimento do cálculo mental, geralmente centrado nessas heurísticas ou modo de pensar.

Por certo, o problema não é da concepção racionalista, mas do viés causado pela interpretação inadequada do modelo que o sustenta. O modelo simbólico-formal da Matemática, em sua formulação final, fundamenta-se em metodologia da ciência e não deve, portanto, ser tomado como metodologia de ensino (Imenes, 1989), porque a primeira se refere ao modo como os matemáticos organizam a sua ciência. O equívoco não é do pensamento positivista, fundamental para o desenvolvimento da ciência matemática, mas da ação pedagógica tradicional que não o percebe como ponto de chegada do processo de elaboração matemática e o toma como ponto de partida.

Com esse olhar, este texto se configura nas interfaces de pressupostos teóricos inerentes às relações entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento. Na perspectiva da modelagem matemática, essas relações podem ser firmadas, em contexto de escolarização, a partir das contribuições de Piaget (1975, 1999) à especificidade do conhecimento lógico-matemático, avançando na compreensão da Atividade de Estudo como base da educação desenvolvimental (Elkonin, 2019; Davidov, 2019) e na influência dos fatores socioculturais no desenvolvimento psíquico e na formação intelectual como um todo articulado, fundado em motivos, necessidades, tarefas, criatividade e imaginação (Vygotsky, 2005a, 2005b). De fato, sem desconsiderar as particularidades do pensamento desses autores, um ponto de confluência das dificuldades dos alunos com conceitos matemáticos se deve às situações

Representações semióticas no contexto das significações aritméticas: implicações pedagógicas

didáticas exploradas na situação escolar, para a efetiva apropriação dos signos inerentes às representações semióticas.

Se, por um lado, há convergência do modo de pensar desses autores relativamente à influência dos fatores socioculturais, por outro, são divergentes acerca da relação entre aprendizagem e desenvolvimento, com os afiliados à teoria histórico-cultural defendendo a tese segundo a qual é a aprendizagem que orienta o desenvolvimento. Além disso, nesse contexto teórico considera-se que a mediação se consolida por instrumentos e signos, organizados pelo trabalho docente.

Esse é, ao nosso ver, o papel dos educadores, em função da necessidade de mediação dialógica com vistas às possibilidades de transposição didática, isto é, pautar um processo ensino-aprendizagem a levar em conta a tese segundo a qual, para ser ensinado, o conhecimento matemático deve ser transformado, de sorte a permitir às crianças a apropriação significativa dos modelos matemáticos, tal como indicamos em modelos teóricos propostos no presente texto, ao tratarmos de possibilidades de ressignificação das práticas de ensino.

À capacidade de utilizar significantes ou símbolos para representar significados, seja um objeto, seja um conceito, denomina-se função semiótica, constructo teórico a constituir interesse de pesquisa sob diferentes olhares. Como indicado, embora situados em perspectivas teóricas diferentes, sob alguns aspectos, o problema das representações semióticas sugere, de certa maneira, um ponto de confluência, de aproximação de modos de pensar, dada a sua centralidade no desenvolvimento do pensamento da criança.

Curiosamente, no entanto, nota-se, por vezes, certa aversão na escola elementar à indicação de exploração de situações matemáticas voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme proposto, por exemplo, em certos documentos oficiais (cf. Brasil, 2018). Não se desenvolve pensamento algébrico sem jogo simbólico; igualmente, sem a álgebra e a simbologia que a envolve, a Matemática resulta empobrecida.

Avançar na tradução desses constructos teóricos para consolidação de uma proposta de educação matemática, de fato inclusiva, exige romper com uma tradição de ensino de Matemática ainda muito marcado pela associação de modelos, dos quais os alunos não compreendem a origem e, principalmente, os fundamentos da sua constituição.

Em outras palavras, os modelos matemáticos são apresentados às crianças, em geral, como coisas prontas, verdades definitivas ou acabadas. Muitas delas repetem esses modelos, porém, não desenvolvem o pensamento teórico (Davidov, 2019), porquanto esse modo de pensar exige criar um sistema de ações organizadas em pensamento.

Partindo da assertiva segundo a qual esses tipos de conhecimento não são isolados, pelo contrário, se articulam dialeticamente, um influenciando a compreensão que do outro se deve ter, neste artigo, discutiremos uma formulação conceitual a qual, ao nosso ver, deve ser preocupação didática de todo professor que ensina Matemática. Assim, deve configurar um constructo teórico inerente à apropriação de conhecimento, mas ainda pouco explorado, a se consolidar como centralidade nas relações entre ensino e aprendizagem matemática e a exigir uma abordagem metodológica, a partir das contribuições da vertente desenvolvimental da Psicologia: as representações semióticas.

Trata-se, por conseguinte, de estudo focado no objetivo de analisar algumas heurísticas relativas às tarefas aritméticas, as quais podem ser desenvolvidas por alunos em processo de escolarização inicial, relacionando-as com a compreensão do papel das representações semióticas no desenvolvimento do pensamento teórico em Matemática.

Desse modo, a metodologia do estudo envolve revisão bibliográfica da literatura produzida sobre o tema, análise documental e postura investigativa, de natureza descritivo-exploratória, sobre o encaminhamento metodológico na resolução de situações aritméticas, confrontando-o com a evolução histórica das ideias matemáticas, com vistas a sugerir novas heurísticas ou formas de raciocínio lógico-matemático.

Sob o nosso olhar, no âmbito desse movimento teórico-metodológico, discutimos neste estudo modelos semióticos que podem ser explorados pelos docentes com vistas à articulação da relação entre pensamento e linguagem (Vygotsky, 2005a; Duval, 2009), de modo a contemplar as formas de pensar dos estudantes, comparativamente aos modelos usualmente apresentados nos textos didáticos.

Sobre a base de constituição teórica das representações semióticas

Na educação matemática, como de resto em todo o processo de apropriação de conhecimento, um modelo pedagógico a considerar as implicações de natureza epistemológica exige fundamentar as ações didáticas, de sorte a superar o apriorismo e o empirismo. Para Becker (2001), um professor que atua segundo um modelo pedagógico

relacional se fundamenta também em uma epistemologia relacional, haja vista o seu cabedal de conhecimento já construído, em especial, uma determinada conduta acerca do conhecimento formalizado:

Não se desmonta um modelo pedagógico arcaico, somente pela crítica sociológica, por mais importante que seja esta. Segundo nossa hipótese, a desmontagem de um modelo pedagógico só pode ser realizada completamente pela crítica epistemológica. Em outras palavras, a crítica epistemológica é insubstituível para a superação de práticas pedagógicas fixistas, reprodutivistas, conservadoras – sustentadas por epistemologia empirista ou apriorista. Note-se que estas epistemologias fundam, por um lado, o positivismo e, de forma menos fácil de mostrar o neopositivismo, e, por outro, o idealismo ou o racionalismo (Becker, 2001, p. 9).

Dessa forma, um ser professor assim constituído considera tanto as implicações relativas à possibilidade hereditária quanto da influência do meio social no desenvolvimento e melhoria da condição humana, potencializando a sua capacidade criadora, com base em uma ação a significar as coisas, com base nos desejos e necessidades, com vistas à apreensão simbólica de significados, articulando o instrumental necessário e os signos envolvidos. A rigor, as funções psíquicas superiores são culturalmente significadas, ou seja, elas são mediadas simbolicamente conforme estabelecem (Moretti; Marco, 2024).

A apropriação simbólica de significados matemáticos envolve uma dimensão histórica inerente ao desenvolvimento da ciência, bem como é influenciada pelas demandas da sociedade, na socialização de conhecimentos científicos para as novas gerações. Por isso, Duval (2012) é taxativo, ao afirmar que, em geral, as representações semióticas são tomadas como formas de exteriorização de representações mentais direcionadas ao incremento da comunicação. No entanto, segundo o autor, essa maneira de pensar restringe o alcance delas, pois elas desempenham papel essencial para o desenvolvimento cognitivo.

Visando a justificar seu ponto de vista, ele explica que as representações semióticas são fundamentais “[...] no desenvolvimento das representações mentais: estas dependem de uma interiorização de representações semióticas, do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido” (Duval, 2012, p. 269), estabelecendo o teórico, uma interessante reflexão, referenciando e referendando, mesmo, aspectos fundamentais do pensamento tanto de Piaget quanto de Vygotsky.

Na sequência de seu raciocínio, Duval (2012, p. 269, grifo nosso) destaca o papel das representações semióticas:

[...] na realização de diferentes funções cognitivas: a função de objetivação (expressão particular) que é independente daquela de comunicação (expressão para

outrem), e a função de tratamento que não pode ser preenchida pelas representações mentais (algumas atividades de tratamento são diretamente ligadas à utilização de sistemas semióticos, por exemplo, o **cálculo**).

Esse ponto é de especial interesse para a busca de transformação didática das formas de apresentação das significações aritméticas, na escolarização inicial, como já realçado, excessivamente pautada em modelos únicos, apresentados na sua formulação algorítmica final, na prática, desconsiderando a evolução histórica das ideias matemáticas. Não há que se falar em construção de conhecimento, se as ideias são expostas como verdades prontas e definitivas e não como coisa em construção, situação didática a extrapolar o contexto das significações aritméticas, a interferir, também, no curso do processo de escolarização, na apropriação de significações algébricas e geométricas. Tomada cada uma delas na devida medida, essa desarticulação entre as significações aritméticas, geométricas e algébricas explica, em dimensão proporcional, as dificuldades dos estudantes com o raciocínio lógico-matemático como um todo.

Avançando na justificativa da importância das representações semióticas para o desenvolvimento cognitivo, Duval (2012, p. 296) destaca sua essencialidade para “[...] a produção de conhecimentos: as representações semióticas permitem representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto, na medida em que elas podem atender sistemas semióticos totalmente diferentes”, ressaltando que, nesse modo de pensar, “[...] o desenvolvimento das ciências está ligado a um desenvolvimento de sistemas semióticos cada vez mais específicos e independentes da linguagem natural”.

A representação semiótica pode ser compreendida como uma forma de apresentação de uma ideia ou objeto, mediante um sistema de signos, no qual a significação é marcada pelo estabelecimento de relações entre a forma do signo no sistema e a referência ao objeto ou ideia representada, de acordo com (Duval, 2012). Pensar o papel das representações semióticas na constituição do pensamento lógico-matemático é fundamental, porquanto todos os teóricos filiados à perspectiva teórica da construção de conhecimento, anteriormente citados, se referem, cada qual a seu modo e interesse de pesquisa, à modelagem matemática enquanto questão fundamental para o desenvolvimento das noções matemáticas.

Sob outro aspecto, não é imprescindível que a criança se aproprie das estruturas lógicas típicas do estágio operatório formal, para galgar condições de lidar com abstrações,

posto que estas se revelam em desenvolvimento, desde quando elas aprendem a falar. Vale dizer, a depender da sua trajetória histórica e cultural, a criança pode, por vezes, antecipar etapas de desenvolvimento cognitivo, de maneira que o papel da educação construtivista é orientar esse processo, ou seja, a aprendizagem é uma orientação fundamental para o desenvolvimento; ademais, sem o desenvolvimento adequado, não há que se falar em aprendizagem suficiente e duradoura.

Diversas propostas buscam adequar o trabalho escolar às novas tendências que podem, supostamente, levar a formas adequadas de ensinar e aprender os conteúdos da área do conhecimento matemático, em especial, as significações aritméticas. Dentre essas tendências, acredita-se que a compreensão do processo de construção de significados por parte dos alunos se evidencia como recurso facilitador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, à medida que contribua para aprimorar a proposta metodológica, pela melhoria da interação entre professor, alunos e o conteúdo programático.

A despeito da especificidade e das particularidades de entendimento teórico acerca da construção do conhecimento matemático, ainda carece de estudo a relação entre a compreensão das ideias matemáticas e a sua tradução para uma linguagem representacional. Segundo Vergnaud (2009), as ideias matemáticas exibidas pelos estudantes, em geral, apresentam diferenças significativas com respeito às formas de pensar, organizar e difundir o conhecimento matemático, por parte dos professores, devendo-se destacar que as representações e percepções dos docentes também variam bastante, tendo-se em conta as suas concepções de Matemática, de Educação e de sociedade. O fato é que a forma de Matemática expressa pela escola é apenas uma das formas de manifestação cultural.

Sem embargo, para o autor, os alunos desenvolvem o pensamento matemático, a partir de suas experiências vivenciadas dentro ou fora da escola. Assim, postos diante de uma situação matemática nova, usam o conhecimento adquirido naquelas situações, procurando adaptá-lo ao conhecimento novo.

Essa assertiva permite dialogar com formulação, ao nosso ver, interessante, de Vygotsky (2005a, p. 50):

A formação de conceitos é o resultado de uma atividade complexa em que todas as funções intelectuais tomam parte. No entanto, o processo não pode ser reduzido à associação, à atenção, à formação de imagens, à inferência ou às tendências determinantes. Todas são indispensáveis, porém insuficientes sem o uso do signo, ou palavra, como o meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais,

controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos.

Reconhecendo a importância de um problema ou de uma ação para a formação de conceitos, Vygotsky reitera que esses fundamentos não constituem a causa única do processo, algo a exigir, para além disso, outras tarefas para o estudante, de sorte a estimular o seu intelecto, instigando o seu raciocínio, a fim de atingir estágios mais elevados de pensamento. Em seguida, enfatiza que a tarefa cultural igualmente não fundamenta, isoladamente, o mecanismo de desenvolvimento a sustentar o processo de formação de conceitos, entretanto, realça a sua importância no processo.

Por isso, Duval (2012) ensina que os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com as representações que deles se fazem. No seu pensamento, a distinção entre um objeto e a sua representação configura aspecto central para a compreensão da Matemática. Por extensão, um conceito matemático somente se estabelece e se torna efetivo, à medida que o sujeito consegue lançar mão de várias representações da mesma situação matemática. Dialogando, como apontado, com as obras de Piaget (1975) e de Vygotsky (2005b), acerca da influência das representações semióticas no desenvolvimento do pensamento, o autor define que a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e que é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre os objetos matemáticos é possível. E, por isso,

[...] independentemente de toda comodidade de tratamento, o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações (Duval, 2012, p. 5, grifos no original).

Por que isso é relevante? Porque as representações semióticas e a variabilidade das formas de registro representam, nessa concepção, uma possibilidade de ampliação das formas de abordagem da realidade, incrementando os modos de comunicação, na sociedade, compondo várias formas de letramento: no papel, nas telas da televisão e do computador e em toda a simbologia envolvida no superdimensionamento das modernas redes de relações sociais.

É o incremento dessas representações que enseja a sofisticação da verificação de preços em uma loja, via código de barras, não apenas no papel, mas também em componentes eletrônicos, ou a definição de senhas para acessar a instrumentação

tecnológica a sustentar a comunicação moderna. Os códigos englobados nessa ação cultural exigem da escola uma nova formação básica: mais do que fazer cálculos, a escola precisa ensinar a pensar, a estabelecer relações entre fatos matemáticos, a ler e a escrever em ambientes matemáticos, a resolver problemas a exigir flexibilidade de pensamento, com base no raciocínio ágil, no cálculo mental e na estimativa. Mais ainda: dado o uso social, esse movimento não prescinde dos procedimentos algorítmicos usuais das operações matemáticas geralmente desenvolvidas na escola, mas impõe a sua ressignificação, com base na efetiva compreensão de seu funcionamento.

Compreende-se que a Matemática, concebida como uma linguagem universal, um processo em permanente evolução, deve permitir ao aluno, dinamicamente, a construção e a apropriação do conhecimento matemático, em função das vivências do seu contexto histórico-cultural. É necessário que esse saber informal, cultural, se incorpore ao trabalho matemático escolar, diminuindo a distância entre a Matemática da escola e a Matemática do cotidiano. É um problema de psicologia; todavia, é, também, das relações entre ensino e aprendizagem.

Ao priorizar a construção do conhecimento pelo fazer e pensar do aluno, o papel do professor é mais o de mediador, orientador, estimulador e incentivador da aprendizagem. Cabe ao professor agir didaticamente, para desenvolver a autonomia do aluno, instigando-o a refletir, investigar e descobrir, inventar e reinventar, criando na sala de aula um ambiente de busca, onde o diálogo e a troca de ideias sejam uma constante, quer entre o professor e o aluno, quer entre os próprios alunos:

Visto que as situações-problema que a vida cotidiana nos oferece são extraordinariamente variadas, é importante formular na aula essa ampla faixa de situações em vez de limitar-se a apresentar algumas situações específicas que parecem ter sido fabricadas em série, utilizando de forma reiterada o mesmo molde. Se renunciarmos ao molde a apresentarmos enunciados produzidos de maneira mais artesanal, podemos conseguir que as crianças se centrem sempre na lógica dos problemas e deixem de buscar indícios artificiais que obstaculizam seu raciocínio (Zunino, 1995, p. 114).

Há um consenso entre educadores matemáticos, nas questões acerca da prática pedagógica, em sala de aula, dada a relevância da participação efetiva dos alunos, a qual, com base na criação de significados, por parte deles, faz com que aprendam como internalizar certos modos de produção de significados considerados legítimos, quando são contextualizados com situações vivenciadas no cotidiano e no meio social em que vivem.

Ressignificando a prática de ensino das significações matemáticas

O desenvolvimento da Matemática é associado às necessidades cotidianas do homem, tais como contar, medir e organizar o espaço no qual vive, desempenhando um papel relevante em vários aspectos da vida, dadas as múltiplas aplicações no mundo do trabalho, além de funcionar como instrumento essencial na construção de conhecimentos, em diversas áreas, interferindo na formação intelectual e na estruturação do pensamento humano.

Como disciplina escolar, há uma cobrança quanto a esse papel que ela deve desempenhar, seja para a formação do aluno (cidadão), no sentido de favorecer a apropriação de conceitos e símbolos, seja para a aplicação na vida cotidiana.

Entretanto, ela gera aceções contraditórias, pois, ao mesmo tempo que é considerada uma área de conhecimento importante, é vista como algo inacessível e de grande dificuldade, para parte das pessoas. Nesse sentido, faz-se necessária uma proposta didática adequada e um trabalho docente delineado por um processo formativo que dê subsídios para uma prática pedagógica eficiente.

O ensino da matéria causa, muitas vezes, sentimentos divergentes, tanto para o aluno quanto para o docente, uma vez que, para o último, se trata de importante área do conhecimento e, para o primeiro, em considerável monta, insatisfação diante da não aprendizagem ou resultados negativos.

Como apontamos ao longo do texto, isso ocorre, dentre outras razões, em função de problemas na formação docente, tanto inicial como continuada, salas superlotadas e condições inadequadas de trabalho, as quais não permitem aos professores um acompanhamento pedagógico que possibilite o estabelecimento de uma relação dialógica capaz de compreendê-los em sua totalidade.

Por vezes, os alunos têm a noção de quantidade, mas a representam de forma inadequada; por exemplo, 100 20 9 para representar 129. Em geral, na escola, face a episódios de numeramento desse tipo, verifica-se que alguns alunos têm dificuldades com as trocas e agrupamentos de base 10, o que não parece ser o caso, porque essas manifestações se sustentam exatamente na certeza da facilidade de agrupamentos de base 10. Não parece ser essa a dificuldade, porém, a incompreensão do funcionamento dos registros semióticos.

A escola, por vezes, desconsidera heurísticas dos alunos fundadas no cálculo mental e na estimativa, com recurso aos agrupamentos e trocas, conforme se nota, por vezes, para

resolução de cálculos, mentalmente. Todavia, os alunos não conseguem traduzir determinadas situações para a linguagem simbólica da Matemática escolarizada, embora as manifestações revelem a internalização da ideia de que essa heurística seja importante para o desenvolvimento do seu pensamento e precisa ser apropriada por ele. Observa-se, claramente, um problema de transposição didática.

Com base em Goes *et al* (2024) importa salientar que a coordenação de diversos registros de representação semiótica é fundamental para evitar a confusão entre os objetos matemáticos e suas representações, possibilitando o reconhecimento do objeto em cada uma delas. Um sistema semiótico só pode ser considerado um registro de representação se admitir três atividades cognitivas essenciais à *semiósis*: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

De acordo com Duval (2009), as diversas representações semióticas usadas nas formulações matemáticas são necessárias para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. Além disso, para nós, o algoritmo usualmente utilizado na escola tem uso social e não pode ser descartado; o problema consiste, então, em conduzir os alunos à compreensão de heurísticas que podem ser postas em prática, para a apropriação da sua forma final, explorando-se, além das heurísticas relativas ao cálculo mental e à estimativa, a maneira como lemos os numerais. É, pois, um problema pedagógico.

Seja, por exemplo, a situação matemática de juntar 45 selos com outros 29 selos. À representação algorítmica usual, poderia anteceder a seguinte formulação:

40 e 5 <u>+ 20 e 9 =</u> 60 e 14 60 e 10 e 4 70 e 4 74	1 45 <u>+ 29</u> 74	A primeira representação semiótica, explorando a forma de verbalização das quantidades, é a base de sustentação do cálculo mental e da estimativa, procedimentos negligenciados pela escola, mas usuais para sujeitos não escolarizados, de modo geral.
---	------------------------------	---

Trata-se de metodologia na qual os alunos abordam os conteúdos matemáticos, confrontando as representações semióticas usuais com modelos decorrentes da língua materna, de forma tal que os significados se articulam aos signos envolvidos, deixando de ter

o algoritmo um fim em si mesmo, para se configurar como um instrumento para a formação e representação dos conceitos envolvidos no âmbito das significações aritméticas. Ademais, a constituição da operação adição deve ser fundamentada na exploração das ideias de juntar, reunir, acrescentar, adicionar etc.

Quanto à subtração de números naturais, o vocabulário deve abordar situações aritméticas envolvendo as ideias de tirar, comparar e completar, de sorte que instrumentos, signos e significados sejam articulados. O procedimento deve ser análogo ao da adição:

$\begin{array}{r} 90 \text{ e } 1 \\ - 30 \text{ e } 4 \\ \hline 50 \text{ e } 7 \\ 57 \end{array}$	$\begin{array}{r} 80 \text{ e } 11 \\ - 30 \text{ e } 4 \\ \hline 50 \text{ e } 7 \\ 57 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8 \\ \cancel{9} 11 \\ - 34 \\ \hline 57 \end{array}$	Comparando-se as representações semióticas, podemos constatar o quão errôneo é dizer que “empresta 1”, porquanto os minuendos não se alteram: 90 e 1 = 80 e 11.
---	--	--	--

No caso da multiplicação, por exemplo, além da exploração do raciocínio aditivo de parcelas iguais, apoiamo-nos na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e na noção de áreas de figuras planas, segundo segue, com vistas à construção do algoritmo.

10 3	$\begin{array}{r} 10 \text{ e } 3 \\ \times 10 \text{ e } 2 \\ \hline 6 \\ + 20 \\ 30 \\ \hline 100 \\ 156 \end{array}$	Ou, ainda: $\begin{array}{r} 10 \text{ e } 3 \\ \times 10 \text{ e } 2 \\ \hline 20 \text{ e } 6 \\ \underline{100 \text{ e } 30} + \\ 100 \text{ e } 50 \text{ e } 6 \\ 156 \end{array}$ A <i>posteriori</i>, pode-se aplicar o algoritmo usual.
--	---	---

Obviamente, o algoritmo normalmente adotado, no processo de escolarização, deve ser explorado como ponto de chegada, em função do uso social que lhe é inerente, mas não deve ser a única forma de representação semiótica, como costuma acontecer. Com base na

ideia de representação semiótica, presente em todas as concepções de construção de conhecimento, resguardando-se particularidades de cada uma delas, conforme indicamos neste artigo, é necessário reconhecer o seu papel no processo de formação de conceitos aritméticos, de modo geral.

Ante o exposto, considere-se que, de acordo com Duval (2009), para um sistema semiótico funcionar como um registro de representação, ele deve assumir, além da comunicação, outras funções fundamentais para o desenvolvimento cognitivo, tais como a de tratamento (transformação de uma representação semiótica em outra) ou a de conversão (mudanças entre o registro de partida e o de chegada, todavia, conservando-se o mesmo objeto matemático).

Tal assertiva é fundamental para entendermos por que uma tarefa aritmética solicitada a um dado aluno pode ser compreendida, quando expressa no registro figural, mas representar dificuldades, se expressa na língua materna, ou vice-versa, haja vista que as funções cognitivas a serem mobilizadas são diferentes, em cada tipo de registro.

Magina, Santos e Merlini (2013) baseiam-se no referencial teórico construído por Vergnaud (2009), a fim de comparar os prognósticos dos professores e o desempenho dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, em relação a treze situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas. Verificaram que, dentre as dificuldades relatadas pelos alunos, destacam-se desconhecimento parcial das tabuadas, erros na constituição das operações de multiplicação e divisão, ineficiência na leitura e interpretação de enunciados, envolvimento em situações didáticas pouco ou nunca exploradas nas atividades desenvolvidas em sala de aula e, o que se mostra mais presente, erro na escolha da operação adequada para a resolução de situações matemáticas.

Em síntese, é apropriado reconhecer que os estudantes desenvolvem diversas estratégias para a solução de situações multiplicativas, mas que se revelam insuficientes para a superação das dificuldades, porque não são efetivamente consideradas no trabalho pedagógico desenvolvido na situação escolar.

De fato, a incompreensão do raciocínio no campo multiplicativo, em geral, se torna um obstáculo para a compreensão de outras situações que englobem o campo multiplicativo, com destaque para a resolução de problemas cotidianos contendo a noção de proporcionalidade simples.

De igual modo, como defendemos, um conceito matemático, do ponto de vista didático, deve envolver um processo de problematização contextualizada, de historicização, a forma de evolução das ideias matemáticas e o enredamento, isto é, o encadeamento lógico entre elas.

No que concerne à divisão, pensar o seu desenvolvimento articulando instrumentos, signos e significados, amparando-se na compreensão das noções de representações semióticas, com base nos autores referenciados, exige explorar dois procedimentos algorítmicos previamente à adoção da sua forma reduzida, ou seja, o chamado processo breve: explorar a repartição um a um evidenciado no Processo Americano, ampliar a distribuição para configuração do Processo Longo e, finalmente, fazer a tradução para o Processo Breve, usualmente explorado na escola, por vezes, sem compreensão por parte de alguns alunos.

Seja, por exemplo, distribuir 27 balas entre 7 crianças, de forma justa.

Processo Americano

27	7
<u>- 7</u>	1
20	+ 1
<u>- 7</u>	<u>1</u>
13	3
<u>- 7</u>	
6	

Processo Longo

27	7
<u>- 21</u>	3
6	

Processo Breve

27	7
6	3

Tendo em vista o desenvolvimento cognitivo das crianças, cálculos envolvendo quantidades maiores podem se traduzir apenas no dito Processo Longo, inicialmente, para, *a posteriori*, contemplar o Processo Breve, face ao seu uso social:

Processo Longo

896	38
<u>- 760</u>	20
136	<u>+ 3</u>
<u>- 114</u>	23
22	

Processo Breve

896	38
136	23
22	

A construção do pensamento algorítmico não se traduz apenas no âmbito psicológico, mas pressupõe constructos de natureza histórica, social e cultural, até se consolidar em sua

forma final. Todos os teóricos referenciados neste artigo enfatizam, no contexto de especificidade de cada constructo teórico, esses condicionantes do desenvolvimento, dada a sua relevância para o processo de apropriação do pensamento matemático.

Não se trata de resgatar com as crianças todos os condicionantes da evolução das ideias matemáticas sob pena de, em seu conjunto, constituir um compêndio de História da Matemática, mas de mediar pedagogicamente o processo de apropriação das ideias matemáticas, pela articulação entre instrumentos, signos e significantes, para a construção de significados dessa ciência. O professor tem, nesse modo de pensar, o relevante papel de organizar a atividade de estudo.

Por fim, quanto aos trânsitos lógicos, a teoria histórico-cultural já consolidou que a transição do que é geral para o que é particular é o que organiza todos os demais trânsitos. Assim, o ponto de partida da aprendizagem de um dado conhecimento teórico é o contato do aprendiz com a relação geral, ou seja, o princípio diretivo e as ideias centrais dessa atividade de estudo. Para o aluno, deve ser possibilitada a elaboração de modelos com naturezas objetual, gráfica e simbólica para tal relação geral, de modo a mobilizá-los para a resolução de problemas que concretizam as particularizações desses modelos.

Importante salientar que a escola deve ser vista pelos alunos como um ambiente em que se favoreça a troca de experiências vivenciadas entre o cotidiano dos alunos e os saberes educacionais, ensejando a troca de conhecimentos oriundos de outras experiências de aprendizagem, em que o aluno é visto como um sujeito social, criando significados e sentidos no ambiente escolar.

Desse modo, o aluno precisa sentir-se presente na construção dos saberes e que a aprendizagem se faça de modo reflexivo e contextualizado, para que se alcance uma aprendizagem significativa.

Considerações Finais

O modo como se dá a relação entre o sujeito e o objeto de conhecimento precisa ser discutido, quando se quer entender como o aluno aprende e como se pode tornar o ensino de Matemática significativo, no contexto escolar. Para tanto, há necessidade de a escola considerar os traços culturais dos sujeitos em situação de aprendizagem, justificando a possibilidade de um conhecimento matemático articulado, no qual conhecimentos escolares e cotidianos possam ser compreendidos como manifestações culturais e interações ricas em

um amplo processo de produção de sentidos de aprendizagem e de negociação de significados.

A pesquisa desenvolvida aponta para perspectivas de exploração desses conceitos em praticamente todos os conteúdos abordados no Ensino Fundamental. É importante essa conduta investigativa, porque os professores se referem a dificuldades em relacionar teoria e prática, bem como realizar a interdisciplinaridade entre as diversas áreas de conhecimento, contextualizando-as. Logo, o processo escolar gera inúmeros problemas acerca da aprendizagem efetiva dos conceitos matemáticos, configurando-se como obstáculos à aprendizagem de natureza didática. Mas, é preciso cuidado para não se transferir apenas aos professores do Ensino Fundamental a responsabilidade: a rigor, é uma dada cultura escolar, traduzida em termos de uma concepção de Educação, de Matemática e de sociedade, que precisa ser transformada.

Finalmente, devemos salientar que o assunto tratado possa vir a se configurar em mais um instrumento do processo de ensino e aprendizagem na Matemática, uma vez que pode propiciar aos professores uma ferramenta para o preparo das aulas e de atividades voltadas ao aprimoramento metodológico, objetivando-se que os alunos sejam estimulados às atividades de estudo significativas, no âmbito da aprendizagem matemática inicial.

Ao priorizar a apropriação do conhecimento, a partir do fazer e do pensar do aluno, o papel do professor é mais o de mediador, orientando, estimulando e incentivando a aprendizagem. Trata-se de criar, na sala de aula, um ambiente de descoberta, o qual se constitui mediante relação dialógica e troca de ideias, seja entre professor e alunos, seja entre os próprios alunos.

Referências

BECKER, Fernando. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. In: BECKER, Fernando. **Educação e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 13-30.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 13 jul. 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf. Acesso em: 20 jul. 2020.

DAVIDOV, Vasily Vasilyevich. A Atividade de Estudo e Aprendizagem Desenvolvimental. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente. (org.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba: CRV / Uberlândia: EDUFU, 2019. p. 249-266.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o grande desafio. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, mar. 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1757/10-artigos-ambrosiobs.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2025.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano**: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais, 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar Matemática de outra forma; entrar no modo matemático de pensar**: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **REVEMAT**: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Trad. de Mércles Tadeu Moretti. Florianópolis-SC, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

ELKONIN, Daniil Borisovich. Atividade de Estudo: sua estrutura e formação. In: PUENTES, Roberto Valdés; CARDOSO, Cecília Garcia Coelho; AMORIM, Paula Alves Prudente (org.). **Teoria da Atividade de Estudo**: contribuições de D. B. Elkonin, V. V. Davidov e V. V. Repkin – Livro I. Curitiba: CRV / Uberlândia: EDUFU, 2019. p. 159-173.

FIORENTINI, Dario; CRECCI, Vanessa. Desenvolvimento Profissional Docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação? **Formação Docente** – Revista Brasileira sobre Formação Docente, Belo Horizonte (MG), v. 05, n. 08, p. 11-23, jan./jun. 2013.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 49. reimpr. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GOES, Ana Lara de; SANZOVO, Daniel Trevisan; LUCAS, Lucken Bueno; LUCCAS, Simone. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Múltiplas Representações na Educação Matemática: uma Revisão Sistemática de Literatura. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, [S. l.], v. 25, n. 2, p. 353–363, 2024. DOI: 10.17921/2447-8733.2024v25n2p353-363. Disponível em: <https://revistaensinoeeducacao.pgsscogna.com.br/ensino/article/view/12741>. Acesso em: 11 mar. 2026.

IMENES, Luiz Márcio Pereira. **Um Estudo sobre o Fracasso do Ensino e da Aprendizagem da Matemática**. 1989. Dissertação (Mestrado) – UNESP, Rio Claro (SP), 1989.

LIMA, Paulo Vinícius Pereira de; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. Avaliação do desempenho matemático no PISA: foco nos países latino-americanos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília-DF, v. 29, n. 84, p. 01-23, jul./set. 2024.

MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. **Em teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica**. Recife, v. 1, n. 1, p. 1-23, 2010.

MASOLA, Wilson de Jesus; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), v. 3, n. 7, p. 52-67, jan./abr. 2019.

MIGUEL, José Carlos. Resolução de Problemas: implicações pedagógicas para o ensino de Matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 19, n. 43, set./dez. 2014. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/issue/view/54>. Acesso em: 16 jul. 2025.

MORETTI, Vanessa Dias; MARCO, Fabiana Fiorezi de. Contribuições da Teoria Histórico-Cultural para a formação de professores que ensinam matemática no Brasil: um estudo a partir dos SIPEM. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 25, n. 59, p. 185-208, set./dez. 2024. Disponível em: <https://revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/26635/17928>. Acesso em: 11 mar. 2026.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 42, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739/4625>. Acesso em: 16 jul. 2025.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Princípios**, João Pessoa (PB), n. 38, p. 105-119, 2018.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Trad. Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. **Seis Estudos de Psicologia**. Trad. Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

PIRES, Célia Maria Carolino. Novos desafios para os cursos de licenciatura em Matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo (SP), ano 7, n. 8, 2000 (edição impressa).

PIRES, Célia Maria Carolino. Avaliação diagnóstica e seu uso no âmbito do projeto EMAI. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 9, n. 1, p. 1-26, 2014. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2014v9n1p1>.

SANTOS, Vinício de Macedo. A relação e as dificuldades dos alunos com a matemática: um objeto de investigação. **Revista Zetetiké**, Campinas (SP), v. 17, n. temático, 2009. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646794/13696>. Acesso em: 20 jul. 2025.

SPACEK, Iuri Kieslarck; ORTIGARA, Vidalcir. Contribuições ao Estudo da Atividade de Ensino: a questão dos motivos dos professores de Matemática. **Revista Contexto & Educação**, Ijuí (RS), ano 34, n. 107, p. 189-205, jan./abr. 2019.

VERGNAUD, Gerárd. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba-PR: Editora UFPR, 2009.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e linguagem**. Trad. Jefferson Luiz Camargo e revisão técnica de José Cipolla Neto. São Paulo: Martins Fontes, 2005a.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. Trad. José Cipolla Neto, Luiz Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2005b.

ZUNINO, Delia Lerner de. **A Matemática na escola: aqui e agora**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

Sobre os autores

José Carlos Miguel

Livre-Docente em Educação Matemática e Doutor em Educação pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da UNESP, Câmpus de Marília.

E-mail: jocarmi@terra.com.br

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9660-3612>

Priscila Caroline Miguel

Doutora e Mestra em Educação pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – UNESP/Câmpus de Marília. Graduada em Psicologia pela Universidade de Marília/SP. Apoio CAPES.

E-mail: priscilacarolinemiguel@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1499-9196>

Recebido em: 09/02/2026

Aceito para publicação em: 09/03/2026